



(12) 发明专利

(10) 授权公告号 CN 114418105 B

(45) 授权公告日 2023. 08. 08

(21) 申请号 202011174939.1

G06F 17/14 (2006.01)

(22) 申请日 2020.10.28

(56) 对比文件

(65) 同一申请的已公布的文献号

申请公布号 CN 114418105 A

CN 110826719 A, 2020.02.21

CN 111247538 A, 2020.06.05

CN 111563599 A, 2020.08.21

(43) 申请公布日 2022.04.29

CN 111599414 A, 2020.08.28

(73) 专利权人 本源量子计算科技(合肥)股份有限公司

JP 2005250563 A, 2005.09.15

US 2009164435 A1, 2009.06.25

地址 230088 安徽省合肥市合肥市高新区
创新大道2800号创新产业园二期E2楼
六层

US 2014280427 A1, 2014.09.18

WO 2017053986 A1, 2017.03.30

Hsin-Pin Lo等.Experimental Quantum

Process Tomography of Controlled-phase
Gate for Time-bin Qubits.2019 IEEE

Photonics Society Summer Topical Meeting
Series (SUM).2019,全文.

(72) 发明人 刘焱 李叶 窦猛汉

审查员 李楠楠

(51) Int.Cl.

G06N 10/60 (2022.01)

G06N 10/20 (2022.01)

G06F 17/13 (2006.01)

G06F 17/16 (2006.01)

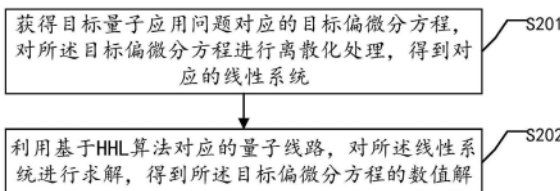
权利要求书4页 说明书27页 附图2页

(54) 发明名称

一种基于量子线路处理量子应用问题的方法及装置

(57) 摘要

本发明公开一种基于量子线路处理量子应用问题的方法及装置,方法包括:获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程,对目标偏微分方程离散化得到线性系统;利用基于HHL算法对应的量子线路对线性系统求解,得到目标偏微分方程的数值解;基于HHL算法对应的量子线路由以下方式构建:获得N*N维矩阵A和N维向量b;获得若干量子比特;确定矩阵A对应酉矩阵U,将矩阵U分解成r个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵;输出包含r个单量子逻辑门的子量子线路,构建HHL算法对应的量子线路。利用本发明实施例,能够在基于量子线路处理量子应用问题的过程中,减少HHL算法对应的量子线路的计算量,提高量子线路的模拟效率,同时减少硬件资源的占用。



1. 一种基于量子线路处理量子应用问题的方法,其特征在于,包括:

获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程,对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统;

利用基于HHL算法对应的量子线路,对所述线性系统进行求解,得到所述目标偏微分方程的数值解;其中,所述基于HHL算法对应的量子线路,由以下方式构建:

获得 $N \times N$ 维矩阵 A 和 N 维向量 b ,其中,所述矩阵 A 为可逆矩阵,所述 $N=2^n$,所述 n 为正整数;

获得包括辅助量子比特、第一量子比特、第二量子比特的若干量子比特,其中,所述辅助量子比特和所述第一量子比特的初态置为 $|0\rangle$,所述第二量子比特的初态置为

$|b\rangle = \frac{1}{|b|} \sum_{j=0}^{N-1} b_j |j\rangle$,所述 b_j 为所述向量 b 的第 j 个元素;

确定所述矩阵 A 对应的酉矩阵 U ,将所述矩阵 U 分解成 r 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵;其中,满足 $U_r \cdots U_i \cdots U_1 U = I_N$,所述 U_i 为第 i 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵,且 U_i 满足矩阵 $U_i \cdots U_1 U$ 中与第 i 个非对角元素同位置的元素置为0,且不改变已置0的非对角元素, $1 \leq i \leq r$,所述 $r \leq \frac{N(N-1)}{2}$,所述 I_N 为 N 阶单位矩阵;

输出包含所述 r 个携带受控信息的单量子逻辑门的量子线路,根据所述量子线路和各量子比特及其初态,构建HHL算法对应的量子线路。

2. 根据权利要求1所述的方法,其特征在于,所述对目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统,包括:

根据目标偏微分方程的边界条件,选择对应的基函数,其中,所述边界条件包括:周期性边界条件、非周期性边界条件,所述基函数包括:傅里叶基函数、切比雪夫基函数;

根据所述基函数,选择对应的节点,其中,所述节点包括:均匀节点、高斯-切比雪夫-洛巴托节点;

根据所述基函数和所述节点,构造所述目标偏微分方程对应的线性系统。

3. 根据权利要求1所述的方法,其特征在于,所述确定所述矩阵 A 对应的酉矩阵 U ,包括:

若所述矩阵 A 为酉矩阵,则将所述矩阵 A 直接确定为对应的酉矩阵 U ;

若所述矩阵 A 为厄米矩阵,确定对应的酉矩阵 $U = e^{iAt}$;其中,所述 t 为常量;

若所述矩阵 A 为非厄米矩阵且非酉矩阵,确定对应厄米矩阵 $A' = \begin{bmatrix} 0 & A \\ A^\dagger & 0 \end{bmatrix}$,以确定对应的酉矩阵 $U = e^{iA't}$,同时将所述向量 b 转换为 $b_c = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$ 。

4. 根据权利要求1所述的方法,其特征在于,所述将所述酉矩阵 U 分解成 r 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵,包括:

确定所述酉矩阵 U 中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序;

针对所述排序中的第 i 个非对角元素,构造特定量子逻辑门的 N 阶酉矩阵 U_i ,以使矩阵 $U_i \cdots U_1 U$ 中与该非对角元素同位置的元素置为0,且不改变已置0的非对角元素;

其中,所述特定量子逻辑门包括操作一比特的单量子逻辑门,所述单量子逻辑门携带

受其余比特控制的受控信息, $1 \leq i \leq r$; 当所述 $i = 1$ 时, 所述单量子逻辑门的酉矩阵由所述量子线路对应的酉矩阵 U 的元素确定; 当 $1 < i \leq r$ 时, 所述单量子逻辑门的酉矩阵由矩阵 $U_{i-1} \cdots U_1 U$ 的元素确定; 并且, 当所述第 i 个非对角元素的排序为所在列最后一个时, 同时使矩阵 $U_i \cdots U_1 U$ 的相同列中的对角元素置为 1。

5. 根据权利要求 4 所述的方法, 其特征在于, 所述确定所述酉矩阵 U 中对角元素下方的、待置 0 的非对角元素的排序, 包括:

当 $n=1$ 时, 所述酉矩阵 U 中对角元素下方的、待置 0 的非对角元素排序为 $(2, 1)$; 其中, 所述 $(2, 1)$ 表示坐标为第 2 行第 1 列的非对角元素;

当 $n > 1$ 时, 根据 $(n-1)$ 比特量子线路对应的酉矩阵的第一列排序, 确定 n 比特量子线路对应的所述酉矩阵 U 中对角元素下方的、待置 0 的非对角元素的第一列排序; 其中, 第一列中坐标 $(N/2+1, 1)$ 的非对角元素的排序位于第一列最后一个;

基于所述 n 比特量子线路对应的第一列排序, 分别确定所述 n 比特量子线路对应的第 2 列至第 $N/2$ 列中对角元素下方的、待置 0 的非对角元素的排序;

根据 $(n-1)$ 比特量子线路对应的酉矩阵中对角元素下方的、待置 0 的非对角元素的排序, 对应确定所述 n 比特量子线路对应的第 $(N/2+1)$ 列至第 N 列中对角元素下方的、待置 0 的非对角元素的排序。

6. 根据权利要求 1 所述的方法, 其特征在于, 所述携带受控信息的单量子逻辑门的表示形式包括:

$\{C_n \cdots C_m \cdots C_1\}$, 其中, 所述 C_m 表示 0、1、* 或单量子逻辑门 V , 所述 m 表示量子比特位, $m \in [1, n]$, 并且, 有且只有一个 C_m 表示单量子逻辑门 V , 所述单量子逻辑门 V 的酉矩阵由所述酉矩阵 U 确定;

当 C_m 为 0 时, 表示所述量子线路运行到单量子逻辑门 V 之前, 当该位的量子比特的量子态为 0 态时, 执行单量子逻辑门 V ;

当 C_m 为 1 时, 表示所述量子线路运行到单量子逻辑门 V 之前, 当该位的量子比特的量子态为 1 态时, 执行单量子逻辑门 V ;

当 C_m 为 * 时, 表示所述量子线路运行到单量子逻辑门 V 之前, 当该位的量子比特的量子态为任意态时, 均执行单量子逻辑门 V 。

7. 根据权利要求 1 所述的方法, 其特征在于, 所述根据所述子量子线路和各量子比特及其初态, 构建 HHL 算法对应的量子线路, 包括:

根据所述子量子线路, 构建相位估计运算对应的第一部分量子线路, 以将 $|b\rangle$ 在所述矩阵 A 的特征空间上分解为: $|b\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\mu_j\rangle$, 并将所述第一量子比特和所述第二量子比特的初态 $|0\rangle|b\rangle$ 转化为: $\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle |\mu_j\rangle$; 其中, 所述第一量子比特的数量 z 取决于相位估计的精度和成功概率, 所述第二量子比特的数量为所述 n , 所述 $|\mu_j\rangle$ 为所述矩阵 A 的特征向量, 所述 β_j 为 $|\mu_j\rangle$ 的振幅, 所述 λ_j 为所述矩阵 A 的特征值;

构建受控旋转操作对应的第二部分量子线路, 以将基态 $|\lambda_j\rangle$ 中的值提取到辅助量子比

特的量子态振幅上,得到: $\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle |\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - \left| \frac{C}{\lambda_j} \right|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right)$,其中,所述辅助量子比特的数量为1,所述C为常数, $\left| \frac{C}{\lambda_j} \right| \leq 1$;

构建相位估计逆运算对应的第三部分量子线路,以消除 $|\lambda_j\rangle$,得到:

$$\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |0\rangle |\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - \left| \frac{C}{\lambda_j} \right|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right);$$

构建针对所述辅助量子比特的量子测量操作,以使测量到所述辅助量子比特的量子态为 $|1\rangle$ 时,得到: $|x'\rangle = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=0}^{N-1} C^2 |\beta_j|^2 / |\lambda_j|^2}} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{C \beta_j}{\lambda_j} |\mu_j\rangle$,所述 $|x'\rangle$ 与 $|x\rangle = A^{-1} |b\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j \lambda_j^{-1} |\mu_j\rangle$ 为振幅归一化的对应关系;

将所述第一部分量子线路、所述第二部分量子线路、所述第三部分量子线路和所述量子测量操作,依次组成HHL算法对应的量子线路。

8. 根据权利要求1所述的方法,其特征在于,在所述对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统之后,所述方法还包括:

对所述线性系统进行稀疏化处理,得到稀疏线性系统。

9. 根据权利要求8所述的方法,其特征在于,所述对所述线性系统进行稀疏化处理,得到稀疏线性系统,包括:

根据基函数,利用对应的量子变换算法,将所述线性系统变换为稀疏化的线性系统,作为稀疏线性系统,其中,所述量子变换算法包括:量子位移傅里叶变换、量子余弦变换。

10. 一种基于量子线路处理量子应用问题的装置,其特征在于,包括:

离散化模块,用于获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程,对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统;

求解模块,用于利用基于HHL算法对应的量子线路,对所述线性系统进行求解,得到所述目标偏微分方程的数值解;其中,所述基于HHL算法对应的量子线路,由以下方式构建:

获得 $N \times N$ 维矩阵A和 N 维向量b,其中,所述矩阵A为可逆矩阵,所述 $N=2^n$,所述n为正整数;

获得包括辅助量子比特、第一量子比特、第二量子比特的若干量子比特,其中,所述辅助量子比特和所述第一量子比特的初态置为 $|0\rangle$,所述第二量子比特的初态置为 $|b\rangle = \frac{1}{|b|} \sum_{j=0}^{N-1} b_j |j\rangle$,所述 b_j 为所述向量b的第j个元素;

确定所述矩阵A对应的酉矩阵U,将所述矩阵U分解成r个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵;其中,满足 $U_r \cdots U_i \cdots U_1 U = I_N$,所述 U_i 为第i个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵,且 U_i 满足矩阵 $U_i \cdots U_1 U$ 中与第i个非对角元素同位置的元素置为0,且不改变已置0的非对角元素, $1 \leq i \leq r$,所述 $r \leq \frac{N(N-1)}{2}$,所述 I_N 为N阶单位矩阵;

输出包含所述r个携带受控信息的单量子逻辑门的子量子线路,根据所述子量子线路和各量子比特及其初态,构建HHL算法对应的量子线路。

11. 一种存储介质,其特征在于,所述存储介质中存储有计算机程序,其中,所述计算机程序被设置为运行时执行所述权利要求1至9任一项中所述的方法。

12. 一种电子装置,包括存储器和处理器,其特征在于,所述存储器中存储有计算机程序,所述处理器被设置为运行所述计算机程序以执行所述权利要求1至9任一项中所述的方法。

一种基于量子线路处理量子应用问题的方法及装置

技术领域

[0001] 本发明属于量子计算技术领域,特别是一种基于量子线路处理量子应用问题的方法及装置。

背景技术

[0002] 量子计算机是一类遵循量子力学规律进行高速数学和逻辑运算、存储及处理量子信息的物理装置。当某个装置处理和计算的是量子信息,运行的是量子算法时,它就是量子计算机。量子计算机因其具有相对普通计算机更高效的处理数学问题的能力,例如,能将破解RSA密钥的时间从数百年加速到数小时,故成为一种正在研究中的关键技术。

[0003] 量子计算模拟是一个借助数值计算和计算机科学来仿真遵循量子力学规律的模拟计算,作为一个仿真程序,它依据量子力学的量子比特的基本定律,利用计算机的高速计算能力,刻画量子态的时空演化。

[0004] 目前,在量子算法应用领域,离不开对所解决的问题对应的偏微分方程等线性方程组求解的过程,求解线性方程组是解决很多量子应用相关问题的基础。其中,HHL算法因其在求解线性系统时的指数级加速效果,成为重要的量子算法之一,但在解决实际问题过程中,如何构建实现HHL算法的量子线路,并实现高效运行,是一个非常普遍且困难的问题。现有的解决方法大多处于理论阶段,限制了在实际应用环境中的应用范围。例如,基于GLOA (Group Leaders Optimization Algorithm)进行矩阵分解的HHL算法的量子线路,其包含的量子逻辑门数量和种类较多,线路复杂度较高,导致量子线路的模拟效率较低,且对硬件资源的占用较多,实际应用价值不高。

发明内容

[0005] 本发明的目的是提供一种基于量子线路处理量子应用问题的方法及装置,以解决现有技术中的不足,它能够在基于量子线路处理量子应用问题的过程中,减少HHL算法对应的量子线路的计算量,提高量子线路的模拟效率,同时减少硬件资源的占用。

[0006] 本申请的一个实施例提供了一种基于量子线路处理量子应用问题的方法,包括:

[0007] 获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程,对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统;

[0008] 利用基于HHL算法对应的量子线路,对所述线性系统进行求解,得到所述目标偏微分方程的数值解;其中,所述基于HHL算法对应的量子线路,由以下方式构建:

[0009] 获得 $N \times N$ 维矩阵 A 和 N 维向量 b ,其中,所述矩阵 A 为可逆矩阵,所述 $N = 2^n$,所述 n 为正整数;

[0010] 获得包括辅助量子比特、第一量子比特、第二量子比特的若干量子比特,其中,所述辅助量子比特和所述第一量子比特的初态置为 $|0\rangle$,所述第二量子比特的初态置为

$|b\rangle = \frac{1}{|b|} \sum_{j=0}^{N-1} b_j |j\rangle$,所述 b_j 为所述向量 b 的第 j 个元素;

[0011] 确定所述矩阵A对应的酉矩阵U,将所述矩阵U分解成r个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵;其中,满足 $U_r \cdots U_i \cdots U_1 U = I_N$,所述 U_i 为第i个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵, $1 \leq i \leq r$,所述 $r \leq \frac{N(N-1)}{2}$,所述 I_N 为N阶单位矩阵;

[0012] 输出包含所述r个携带受控信息的单量子逻辑门的子量子线路,根据所述子量子线路和各量子比特及其初态,构建HHL算法对应的量子线路。

[0013] 可选的,所述对目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统,包括:

[0014] 根据目标偏微分方程的边界条件,选择对应的基函数,其中,所述边界条件包括:周期性边界条件、非周期性边界条件,所述基函数包括:傅里叶基函数、切比雪夫基函数;

[0015] 根据所述基函数,选择对应的节点,其中,所述节点包括:均匀节点、高斯-切比雪夫-洛巴托节点;

[0016] 根据所述基函数和所述节点,构造所述目标偏微分方程对应的线性系统。

[0017] 可选的,所述确定所述矩阵A对应的酉矩阵U,包括:

[0018] 若所述矩阵A为酉矩阵,则将所述矩阵A直接确定为对应的酉矩阵U;

[0019] 若所述矩阵A为厄米矩阵,确定对应的酉矩阵 $U = e^{iAt}$;其中,所述t为常量;

[0020] 若所述矩阵A为非厄米矩阵且非酉矩阵,确定对应厄米矩阵 $A' = \begin{bmatrix} 0 & A \\ A^+ & 0 \end{bmatrix}$,以确

定对应的酉矩阵 $U = e^{iA't}$,同时将所述向量b转换为 $b_c = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$ 。

[0021] 可选的,所述将所述酉矩阵U分解成r个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵,包括:

[0022] 确定所述酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序;

[0023] 针对所述排序中的第i个非对角元素,构造特定量子逻辑门的N阶酉矩阵 U_i ,以使矩阵 $U_i \cdots U_1 U$ 中与该非对角元素同位置的元素置为0,且不改变已置0的非对角元素;

[0024] 其中,所述特定量子逻辑门包括操作一比特的单量子逻辑门,所述单量子逻辑门携带受其余比特控制的受控信息, $1 \leq i \leq r$;当所述 $i = 1$ 时,所述单量子逻辑门的酉矩阵由所述量子线路对应的酉矩阵U的元素确定;当 $1 < i \leq r$ 时,所述单量子逻辑门的酉矩阵由矩阵 $U_{i-1} \cdots U_1 U$ 的元素确定;并且,当所述第i个非对角元素的排序为所在列最后一个时,同时使矩阵 $U_i \cdots U_1 U$ 的相同列中的对角元素置为1。

[0025] 可选的,所述确定所述酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序,包括:

[0026] 当 $n = 1$ 时,所述酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素排序为(2,1);其中,所述(2,1)表示坐标为第2行第1列的非对角元素;

[0027] 当 $n > 1$ 时,根据(n-1)比特量子线路对应的酉矩阵的第一列排序,确定n比特量子线路对应的所述酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素的第一列排序;其中,第一列中坐标(N/2+1,1)的非对角元素的排序位于第一列最后一个;

[0028] 基于所述n比特量子线路对应的第一列排序,分别确定所述n比特量子线路对应的第2列至第N/2列中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序;

[0029] 根据(n-1)比特量子线路对应的酉矩阵中对角元素下方的、待置0的非对角元素的

排序,对应确定所述n比特量子线路对应的第(N/2+1)列至第N列中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序。

[0030] 可选的,所述携带受控信息的单量子逻辑门的表示形式包括:

[0031] $\{C_n \cdots C_m \cdots C_1\}$,其中,所述 C_m 表示0、1、*或单量子逻辑门V,所述m表示量子比特位, $m \in [1, n]$,并且,有且只有一个 C_m 表示单量子逻辑门V,所述单量子逻辑门V的酉矩阵由所述酉矩阵U确定;

[0032] 当 C_m 为0时,表示所述量子线路运行到单量子逻辑门V之前,当该位的量子比特的量子态为0态时,执行单量子逻辑门V;

[0033] 当 C_m 为1时,表示所述量子线路运行到单量子逻辑门V之前,当该位的量子比特的量子态为1态时,执行单量子逻辑门V;

[0034] 当 C_m 为*时,表示所述量子线路运行到单量子逻辑门V之前,当该位的量子比特的量子态为任意态时,均执行单量子逻辑门V。

[0035] 可选的,所述根据所述子量子线路和各量子比特及其初态,构建HHL算法对应的量子线路,包括:

[0036] 根据所述子量子线路,构建相位估计运算对应的第一部分量子线路,以将 $|b\rangle$ 在所述矩阵A的特征空间上分解为: $|b\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\mu_j\rangle$,并将所述第一量子比特和所述第二量子比特的初态 $|0\rangle|b\rangle$ 转化为:

$\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle|\mu_j\rangle$;其中,所述第一量子比特的数量z取决于相位估计的精度和成功概率,所述第二量子比特的数量为所述n,所述 $|\mu_j\rangle$ 为所述矩阵A的特征向量,所述 β_j 为 $|\mu_j\rangle$ 的振幅,所述 λ_j 为所述矩阵A的特征值;

[0037] 构建受控旋转操作对应的第二部分量子线路,以将基态 $|\lambda_j\rangle$ 中的值提取到辅助量子比特的量子态振幅上,得到: $\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle|\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - \left| \frac{C}{\lambda_j} \right|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right)$,其中,所述辅助量子比特的数量为1,所述C为常数, $\left| \frac{C}{\lambda_j} \right| \leq 1$;

[0038] 构建相位估计逆运算对应的第三部分量子线路,以消除 $|\lambda_j\rangle$,得到:

$\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |0\rangle|\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - \left| \frac{C}{\lambda_j} \right|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right)$;

[0039] 构建针对所述辅助量子比特的量子测量操作,以使测量到所述辅助量子比特的量子态为 $|1\rangle$ 时,得到:

$|x'\rangle = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=0}^{N-1} C^2 |\beta_j|^2 / |\lambda_j|^2}} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{C \beta_j}{\lambda_j} |\mu_j\rangle$,所述 $|x'\rangle$ 与

$|x\rangle = A^{-1}|b\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j \lambda_j^{-1} |\mu_j\rangle$ 为振幅归一化的对应关系;

[0040] 将所述第一部分量子线路、所述第二部分量子线路、所述第三部分量子线路和所述量子测量操作,依次组成HHL算法对应的量子线路。

[0041] 可选的,在所述对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统之后,所述方法还包括:

[0042] 对所述线性系统进行稀疏化处理,得到稀疏线性系统。

[0043] 可选的,所述对所述线性系统进行稀疏化处理,得到稀疏线性系统,包括:

[0044] 根据所述基函数,利用对应的量子变换算法,将所述线性系统变换为稀疏化的线性系统,作为稀疏线性系统,其中,所述量子变换算法包括:量子位移傅里叶变换、量子余弦变换。

[0045] 本申请的另一实施例提供了一种基于量子线路处理量子应用问题的装置,包括:

[0046] 离散化模块,用于获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程,对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统;

[0047] 求解模块,用于利用基于HHL算法对应的量子线路,对所述线性系统进行求解,得到所述目标偏微分方程的数值解;其中,所述基于HHL算法对应的量子线路,由以下方式构建:

[0048] 获得 $N \times N$ 维矩阵 A 和 N 维向量 b ,其中,所述矩阵 A 为可逆矩阵,所述 $N = 2^n$,所述 n 为正整数;

[0049] 获得包括辅助量子比特、第一量子比特、第二量子比特的若干量子比特,其中,所述辅助量子比特和所述第一量子比特的初态置为 $|0\rangle$,所述第二量子比特的初态置为

$|b\rangle = \frac{1}{|b|} \sum_{j=0}^{N-1} b_j |j\rangle$,所述 b_j 为所述向量 b 的第 j 个元素;

[0050] 确定所述矩阵 A 对应的酉矩阵 U ,将所述矩阵 U 分解成 r 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵;其中,满足 $U_r \cdots U_i \cdots U_1 U = I_N$,所述 U_i 为第 i 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵, $1 \leq i \leq r$,所述 $r \leq \frac{N(N-1)}{2}$,所述 I_N 为 N 阶单位矩阵;

[0051] 输出包含所述 r 个携带受控信息的单量子逻辑门的子量子线路,根据所述子量子线路和各量子比特及其初态,构建HHL算法对应的量子线路。

[0052] 本申请的另一实施例提供了一种存储介质,所述存储介质中存储有计算机程序,其中,所述计算机程序被设置为运行时执行上述任一项中所述的方法。

[0053] 本申请的另一实施例提供了一种电子装置,包括存储器和处理器,所述存储器中存储有计算机程序,所述处理器被设置为运行所述计算机程序以执行上述任一项中所述的方法。

[0054] 与现有技术相比,本发明提供了一种基于量子线路处理量子应用问题的方法,首先获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程,对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统;利用基于HHL算法对应的量子线路,对所述线性系统进行求解,得到所述目标偏微分方程的数值解。通过在基于量子线路处理量子应用问题的过程中,能够减少HHL算法对应的量子线路的计算量,提高量子线路的模拟效率,同时减少硬件资源的占用。

附图说明

[0055] 图1为本发明实施例提供了一种基于量子线路处理量子应用问题的方法的计算机终端的硬件结构框图;

[0056] 图2为本发明实施例提供了一种基于量子线路处理量子应用问题的方法的流程示

意图；

[0057] 图3为本发明实施例提供的一种特定量子逻辑门位于量子线路中的示意图；

[0058] 图4为本发明实施例提供的一种相位估计对应的第一部分量子线路示意图；

[0059] 图5为本发明实施例提供的一种基于量子线路处理量子应用问题的装置的结构示意图。

具体实施方式

[0060] 下面通过参考附图描述的实施例是示例性的，仅用于解释本发明，而不能解释为对本发明的限制。

[0061] 本发明实施例首先提供了一种基于量子线路处理量子应用问题的方法，该方法可以应用于电子设备，如计算机终端，具体如普通电脑、量子计算机等。

[0062] 下面以运行在计算机终端上为例对其进行详细说明。图1为本发明实施例提供了一种基于量子线路处理量子应用问题的方法的计算机终端的硬件结构框图。如图1所示，计算机终端可以包括一个或多个(图1中仅示出一个)处理器102(处理器102可以包括但不限于微处理器MCU或可编程逻辑器件FPGA等的处理装置)和用于存储数据的存储器104，可选地，上述计算机终端还可以包括用于通信功能的传输装置106以及输入输出设备108。本领域普通技术人员可以理解，图1所示的结构仅为示意，其并不对上述计算机终端的结构造成限定。例如，计算机终端还可包括比图1中所示更多或者更少的组件，或者具有与图1所示不同的配置。

[0063] 存储器104可用于存储应用程序的软件程序以及模块，如本申请实施例中的基于量子线路处理量子应用问题的方法对应的程序指令/模块，处理器102通过运行存储在存储器104内的软件程序以及模块，从而执行各种功能应用以及数据处理，即实现上述的方法。存储器104可包括高速随机存储器，还可包括非易失性存储器，如一个或者多个磁性存储装置、闪存、或者其他非易失性固态存储器。在一些实例中，存储器104可进一步包括相对于处理器102远程设置的存储器，这些远程存储器可以通过网络连接至计算机终端。上述网络的实例包括但不限于互联网、企业内部网、局域网、移动通信网及其组合。

[0064] 传输装置106用于经由一个网络接收或者发送数据。上述的网络具体实例可包括计算机终端的通信供应商提供的无线网络。在一个实例中，传输装置106包括一个网络适配器(Network Interface Controller, NIC)，其可通过基站与其他网络设备相连从而可与互联网进行通讯。在一个实例中，传输装置106可以为射频(Radio Frequency, RF)模块，其用于通过无线方式与互联网进行通讯。

[0065] 需要说明的是，真正的量子计算机是混合结构的，它包含两大部分：一部分是经典计算机，负责执行经典计算与控制；另一部分是量子设备，负责运行量子程序进而实现量子计算。而量子程序是由量子语言如QRunes语言编写的一串能够在量子计算机上运行的指令序列，实现了对量子逻辑门操作的支持，并最终实现量子计算。具体的说，量子程序就是一系列按照一定时序操作量子逻辑门的指令序列。

[0066] 在实际应用中，因受限于量子设备硬件的发展，通常需要进行量子计算模拟以验证量子算法、量子应用等等。量子计算模拟即借助普通计算机的资源搭建的虚拟架构(即量子虚拟机)实现特定问题对应的量子程序的模拟运行的过程。通常，需要构建特定问题对应

的量子程序。本发明实施例所指量子程序,即是经典语言编写的表征量子比特及其演化的程序,其中与量子计算相关的量子比特、量子逻辑门等等均有相应的经典代码表示。

[0067] 量子线路作为量子程序的一种体现方式,也称量子逻辑电路,是最常用的通用量子计算模型,表示在抽象概念下对于量子比特进行操作的线路,其组成包括量子比特、线路(时间线),以及各种量子逻辑门,最后常需要通过量子测量操作将结果读取出来。

[0068] 不同于传统电路是用金属线所连接以传递电压信号或电流信号,在量子线路中,线路可看成是由时间所连接,亦即量子比特的状态随着时间自然演化,在这过程中按照哈密顿运算符的指示,一直到遇上逻辑门而被操作。

[0069] 一个量子程序整体上对应有一条总的量子线路,本发明所述量子程序即指该条总的量子线路,其中,该总的量子线路中的量子比特总数与量子程序的量子比特总数相同。可以理解为:一个量子程序可以由量子线路、针对量子线路中量子比特的测量操作、保存测量结果的寄存器及控制流节点(跳转指令)组成,一条量子线路可以包含几十上百个甚至千上万个量子逻辑门操作。量子程序的执行过程,就是对所有的量子逻辑门按照一定时序执行的过程。需要说明的是,时序即单个量子逻辑门被执行的时间顺序。

[0070] 需要说明的是,经典计算中,最基本的单元是比特,而最基本的控制模式是逻辑门,可以通过逻辑门的组合来达到控制电路的目的。类似地,处理量子比特的方式就是量子逻辑门。使用量子逻辑门,能够使量子态发生演化,量子逻辑门是构成量子线路的基础,量子逻辑门包括单比特量子逻辑门,如Hadamard门(H门,阿达马门)、泡利-X门(X门)、泡利-Y门(Y门)、泡利-Z门(Z门)、RX门、RY门、RZ门等等;多比特量子逻辑门,如CNOT门、CR门、iSWAP门、Toffoli门等等。量子逻辑门一般使用酉矩阵表示,而酉矩阵不仅是矩阵形式,也是一种操作和变换。一般量子逻辑门在量子态上的作用是通过酉矩阵左乘以量子态右矢对应的矩阵进行计算的。

[0071] 参见图2,图2为本发明实施例提供的一种基于量子线路处理量子应用问题的方法的流程示意图,可以包括如下步骤:

[0072] S201,获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程,对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统;

[0073] 其中,量子应用问题是指涉及量子计算领域的应用需求所提出的待解决问题,通过对问题的数学模拟,可以得到对应的偏微分方程,如一般严格对角占优、解高阶可微的偏微分方程等等。任何进阶的量子计算问题基本都绕不开微分方程的应用范围,可以简单理解为:偏微分方程的求解过程,也是对应量子应用问题的解决过程。

[0074] 具体的,可以根据目标偏微分方程的边界条件,选择对应的基函数,其中,边界条件包括:周期性边界条件、非周期性边界条件,基函数可以包括:傅里叶基函数、切比雪夫基函数;根据基函数,选择对应的节点,其中,节点可以包括:均匀节点、高斯-切比雪夫-洛巴托节点根据基函数和节点,构造所述目标偏微分方程对应的线性系统。

[0075] 本领域技术人员能够理解的是,边界条件(bound condition,或称边值条件)可分为周期性/非周期性边界条件,是指在求解区域边界上所求解的变量或其导数随时间和地点的变化规律。边界条件是控制方程有确定解的前提,对于任何问题,都需要给定边界条件。对于周期性边界条件,对应优选傅里叶基函数,对于非周期性边界条件,对应优选切比雪夫基函数,当然,选择现有的其他合适类型的基函数也是可行的。

[0076] 然后,根据基函数的不同,选择对应的配套节点。对于傅里叶基函数,对应优选均匀节点,对于切比雪夫基函数,对应优选高斯-切比雪夫-洛巴托节点。

[0077] 根据选择的基函数及其配套的节点,给出目标偏微分方程(也是目标函数)的一个近似线性组合(逼近函数,即线性系统),具体以实际需求及实现为准:即该逼近函数要求在全局的节点上与原函数(原目标函数,即原目标偏微分方程)严格相等,在全局上高度近似,从而实现用较低阶数的基函数完成对方程解的高精度逼近,可称低阶高精度优势。

[0078] 在实际应用中,进一步的,在对目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统之后,还可以对线性系统进行稀疏化处理,得到稀疏线性系统。

[0079] 具体的,构造的线性系统的稀疏性往往较差,难以应对高维较大规模的情况,即微分方程的维数会导致问题规模迅速扩大,问题规模随着维数指数级增长。由此,可以引入量子变换算法,将原偏微分方程对应的线性系统稀疏化。

[0080] 具体的,可以根据基函数,利用对应的量子变换算法,将线性系统变换为稀疏化的线性系统,作为稀疏线性系统。其中,量子变换算法优选量子位移傅里叶变换/量子余弦变换。

[0081] 此处,量子位移傅里叶变换QSFT(Quantum Shift Fourier Transform)针对傅里叶基函数使用,量子余弦变换QCT(Quantum Cosine Transform)针对切比雪夫基函数使用。QSFT是量子傅里叶变换的推广,能够将含傅里叶基线性组合的量子态转化为消去傅里叶基项的量子态;QCT是离散余弦变换的推广,对切比雪夫基有类似的作用。

[0082] QSFT和QCT均可以通过量子逻辑门操作构造对应的量子线路以实现量子态的变换,且操作复杂度较低为多项式对数级,具体说明如下:

[0083] 在量子傅里叶变换的基础上,一维量子位移傅里叶变换(QSFT)矩阵形式定义如下:

$$[0084] \quad F_p^S := \frac{1}{\sqrt{p+1}} \sum_{k,l=0}^p \exp\left(\frac{2\pi i(k - [p/2])(l - (p+1)/2)}{p+1}\right) |l\rangle\langle k|$$

[0085] 因此, F_p^S 能够实现量子态变换:

$$[0086] \quad |k\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{p+1}} \sum_{k=0}^p \exp\left(\frac{2\pi i(k - [p/2])(l - (p+1)/2)}{p+1}\right) |l\rangle$$

[0087] 于是,d维量子位移傅里叶变换可以如下定义:

$$[0088] \quad \begin{aligned} F_p^S &:= \bigotimes_{j=1}^d F_p^S \\ &= \frac{1}{\sqrt{(p+1)^d}} \sum_{\|k\|_\infty, \|l\|_\infty \leq p} \prod_{j=1}^d e^{\frac{2\pi i(k_j - [p/2])(l_j - (p+1)/2)}{p+1}} |l_1\rangle \cdots |l_d\rangle \langle k_1| \cdots \langle k_d| \end{aligned}$$

[0089] 其中, $k = (k_1, \dots, k_d)$, $k_j \in [p]_0$, $j \in [d]$, k, l 表示取值0至p的指标记号, $|l\rangle, |k\rangle$ 表示对应基矢, $\|k\|_\infty, \|l\|_\infty$ 表示无穷范数, $[p]_0$ 表示0至p的整数集, $[d]$ 表示1至d的整数集, p表示对应量子线路所需的量子比特数。

[0090] 在实际应用中,一维QSFT可以进行如下拆解:

$$[0091] \quad F_p^S = S_p F_p R_p$$

[0092] 其中, F_p 为量子傅里叶变换, S_p 、 R_p 为映射到自身空间的酉变换:

$$[0093] \quad S_p = \sum_{k=0}^p e^{-\frac{2\pi i[p/2](l-(p+1)/2]}{p+1}} |l\rangle\langle l|$$

$$[0094] \quad F_p = \sum_{k,l=0}^p e^{\frac{2\pi ikl}{p+1}} |l\rangle\langle k|$$

$$[0095] \quad R_p = \sum_{k=0}^p e^{-\frac{2\pi ik(p+1)/2}{p+1}} |k\rangle\langle k|$$

[0096] 通过分别构造 S_p 、 F_p 、 R_p 的量子线路,从而得到整体的QSFT线路。其中,一维QSFT的量子逻辑门复杂度(即量子逻辑门数量)为 $O(\log p \log \log p)$, d 维QSFT的量子逻辑门复杂度为 $O(d \log p \log \log p)$ 。

[0097] 由离散余弦变换(DCT)可以定义量子余弦(QCT)变换的原理如下:

$$[0098] \quad \hat{v}_l = \sqrt{\frac{2}{p}} \sum_{k=0}^p \delta_k \delta_l \cos \frac{kl\pi}{p} v_k, v, \hat{v} \in \mathbb{C}^{p+1}, l \in [p+1]_0,$$

[0099] 其中, \mathbb{C}^{n+1} 表示 $(p+1)$ 维的复数空间, v_k 表示原始信号, \hat{v}_l 表示DCT变换后的系数, δ_k 、 δ_l 表示定义的 δ 函数:

$$[0100] \quad \delta_k := \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & k = 0, p, \\ 1, & k \in [p-1]. \end{cases}$$

$$[0101] \quad \delta_l := \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & l = 0, p, \\ 1, & l \in [p-1]. \end{cases}$$

[0102] 类似地,分别给出一维和多维QCT变换的矩阵形式:

$$[0103] \quad C_p := \sqrt{\frac{2}{p}} \sum_{k,l=0}^p \delta_k \delta_l \cos \frac{kl\pi}{p} |l\rangle\langle k|$$

$$[0104] \quad C_p := \bigotimes_{j=1}^d C_p = \sqrt{\left(\frac{2}{p}\right)^d} \sum_{\|k\|_\infty, \|l\|_\infty \leq p} \prod_{j=1}^d \delta_{k_j} \delta_{l_j} \cos \frac{k_j l_j \pi}{p} |l_1\rangle \cdots |l_d\rangle \langle k_1| \cdots \langle k_d|$$

[0105] 其中, $k = (k_1, \dots, k_d)$, $l = (l_1, \dots, l_d)$, $k_j, l_j \in [p+1]_0$ 。一维和 d 维QCT变换的量子逻辑

辑门复杂度分别为 $O(\log p \log \log p)$ 和 $O(d \log p \log \log p)$ 。

[0106] 结合所选基函数、量子位移傅里叶变换/量子余弦变换的良好性质,从而可以构造对应量子线路操作以高效完成线性系统的稀疏化操作。其中,本领域技术人员能够理解的是,量子位移傅里叶变换/量子余弦变换的作用在于,可以将任意的傅里叶基/切比雪夫基表示的量子态通过逆变换去掉基函数项仅保留系数项。直接使用基函数构造的线性系统左端项矩阵较稠密,经过这种变换处理后左端项矩阵会变得稀疏,以利于解决高维大规模问题。

[0107] 在实际应用中,利用其他量子变换算法也是合理可行的,具体以本领域技术人员能够实现稀疏化操作为准。通过将一部分重要的偏微分方程通过量子变换稀疏化,转化为可以量子算法高效求解的PDE(Partial differential equation)问题,并填补偏微分方程的纯量子算法中构造稀疏线性系统过程的空白。

[0108] S202,利用基于HHL算法对应的量子线路,对所述线性系统进行求解,得到所述目标偏微分方程的数值解。

[0109] 在得到稀疏线性系统后,可以调用现有的量子线性求解器完成问题求解,将稀疏线性系统的解映射后可以得到原偏微分方程的数值解。

[0110] 此处用到的量子线性求解器可以为基于HHL(Harrow-Hassidim-Lloyd)算法及其改进版本,本申请优选所述基于HHL算法对应的量子线路。

[0111] 其中,基于HHL算法对应的量子线路,可由以下方式构建,包括:

[0112] S2021,获得 $N \times N$ 维矩阵 A 和 N 维向量 b ,其中,所述矩阵 A 为可逆矩阵,所述 $N = 2^n$,所述 n 为正整数;

[0113] 具体的,可以获得用户输入的一个 $N \times N$ 的矩阵 A 和一个 N 维向量 b 。

[0114] 目前,线性系统是很多科学和工程领域的核心,由于HHL算法在特定条件下相较于经典算法具有指数加速效果,未来能够在量子计算、数据处理、机器学习、数值计算等场景具有广泛应用。HHL算法解决了一个求解线性方程的问题:输入一个 $N \times N$ 的矩阵 A 和一个 N 维向量 b ,输出 n 维向量 x ,满足 $Ax = b$,即 $x = A^{-1}b$ 。由此,矩阵 A 需要满足为可逆矩阵,且由于下述需要将向量 b 的数据加载到量子线路的缘故,向量 b 的维数 N 能表示为2的正整数次幂。

[0115] S2022,获得包括辅助量子比特、第一量子比特、第二量子比特的若干量子比特,其中,所述辅助量子比特和所述第一量子比特的初态置为 $|0\rangle$,所述第二量子比特的初态置为

$|b\rangle = \frac{1}{|b|} \sum_{j=0}^{N-1} b_j |j\rangle$,所述 b_j 为所述向量 b 的第 j 个元素;

[0116] 具体的,可以获得输入的一组量子比特,具体可以量子比特位表示。例如,一位量子比特位上为0,表示该位量子比特的量子态为 $|0\rangle$ 态,为1则表示 $|1\rangle$ 态。

[0117] 为了后续计算需要,该组量子比特区分为辅助量子比特、第一量子比特、第二量子比特,比特数可由用户根据需求确定,在计算资源充足的情况下,可设置较大数量的量子比特,满足多种计算需求。

[0118] 并且,各量子比特的初态可由现有的振幅编码方式制备得到。其中,辅助量子比特和第一量子比特的初态置为 $|0\rangle$ 态,第二量子比特的初态置为 $|b\rangle = \frac{1}{|b|} \sum_{j=0}^{N-1} b_j |j\rangle$ 。例如,

对于4维向量 $b = [b_0, b_1, b_2, b_3]$, $N = 4$,可得 $n = 2$ 。则,将向量 b 的数据编码到量子态振幅上,

得到：

$$\begin{aligned}
 |b\rangle &= \frac{1}{\sqrt{b_0^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \sum_{j=0}^3 b_j |j\rangle \\
 [0119] \quad &= \frac{1}{\sqrt{b_0^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} (b_0|0\rangle + b_1|1\rangle + b_2|2\rangle + b_3|3\rangle) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{b_0^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} (b_0|00\rangle + b_1|01\rangle + b_2|10\rangle + b_3|11\rangle)
 \end{aligned}$$

[0120] 从而实现：将向量b的数据加载到量子线路中2个第二量子比特的量子态振幅上。

[0121] S2023, 确定所述矩阵A对应的酉矩阵U, 将所述矩阵U分解成r个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵；其中, 满足 $U_r \cdots U_i \cdots U_1 U = I_N$, 所述 U_i 为第i个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵, $1 \leq i \leq r$, 所述 $r \leq \frac{N(N-1)}{2}$, 所述 I_N 为N阶单位矩阵；

[0122] 具体的, 若矩阵A为酉矩阵, 则将矩阵A直接确定为对应的酉矩阵U；

[0123] 若矩阵A为厄米矩阵, 可以通过哈密顿量模拟实现厄米矩阵到酉矩阵的转换, 得到对应的酉矩阵 $U = e^{iAt}$ ；其中, t为常量, 一般取值 2π ；

[0124] 若矩阵A为非厄米矩阵且非酉矩阵, 通过扩维将其转换, 确定对应厄米矩阵

$A' = \begin{bmatrix} 0 & A \\ A^+ & 0 \end{bmatrix}$, 以确定对应的酉矩阵 $U = e^{iA't}$, 同时将向量b转换为 $b_c = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$, 也可写成 $b_c = A'x_c = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$, 得 $x_c = \begin{bmatrix} 0 \\ x \end{bmatrix}$, x即为前述HHL算法的解。

[0125] 具体的, 任意的酉矩阵都可以通过一系列量子逻辑门进行分解, 进而转换为量子线路, 因为一段量子线路本身就看成是一个酉矩阵, 当然, 该量子线路不能包含任何不可逆操作, 比如Measure (测量) 或者Reset等操作。将矩阵U分解成r个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵, 可以包括：

[0126] 步骤A, 确定所述酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序；

[0127] 在一种实现方式中, 酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序可以为：第一列按列号排至最后一列, 每一列非对角元素按行号从上至下排序, 一种两比特量子线路的4阶酉矩阵的排序示例如表1所示。

[0128] 表1一种两比特量子线路的酉矩阵的元素排序

[0129]

	00	01	10	11
00	(1, 1)			
01	(2, 1) 1	(2, 2)		
10	(3, 1) 2	(3, 2) 1	(3, 3)	
11	(4, 1) 3	(4, 2) 2	(4, 3) 1	(4, 4)

[0130] 其中, 00、01、10、11表示行或列对应的二进制表示, 二进制位与量子比特位一一对应；(1, 1)、(2, 2)、(3, 3)、(4, 4)表示坐标对应的对角元素, 诸如(2, 1)、(3, 1)、(4, 1)表示坐

标对应的非对角元素,括号后边的数字1、2、3表示对应的排序。

[0131] 需要强调的是,由于量子逻辑门的矩阵形式均为酉矩阵,即酉矩阵与酉矩阵的转置共轭的乘积是单位阵,且酉矩阵之间的乘积也是酉矩阵,故只需关注矩阵对角线下方的非对角元素的置0操作即可,对角元素上方的同一列非对角元素在该对角元素被置1同时会被置0,这是酉矩阵的特性决定的,不再进行赘述。同理,只关注矩阵对角线上方的非对角元素的置0操作也是可行的。

[0132] 优选的,为了便于后续的矩阵构造,在另一种实现方式中,酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序可以为:

[0133] 当 $n=1$ 时,所述酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素排序为(2,1);其中,所述(2,1)表示坐标为第2行第1列的非对角元素;

[0134] 当 $n>1$ 时,根据 $(n-1)$ 比特量子线路对应的酉矩阵的第一列排序,确定 n 比特量子线路对应的所述酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素的第一列排序;其中,第一列中坐标 $(N/2+1,1)$ 的非对角元素的排序位于第一列最后一个;

[0135] 基于所述 n 比特量子线路对应的第一列排序,分别确定所述 n 比特量子线路对应的第2列至第 $N/2$ 列中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序;

[0136] 根据 $(n-1)$ 比特量子线路对应的酉矩阵中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序,对应确定所述 n 比特量子线路对应的第 $(N/2+1)$ 列至第 N 列中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序。

[0137] 示例性的,对于1比特量子线路的2阶酉矩阵,对角元素下方只有一个元素(2,1),故排序有且只有第一列的非对角元素为:(2,1)。

[0138] 对于2比特量子线路的4阶酉矩阵,第一列排序采用递归的思想,即参考1比特量子线路的第一列排序,且第 $(N/2+1)$ 行第1列的非对角元素排在该列最后一个,即(2,1)排在第1个、(3,1)排在最后1个,从而确定(4,1)排在第2个,最终可得第1列排序为:(2,1)、(4,1)、(3,1)。

[0139] 对于3比特量子线路的8阶酉矩阵,第一列排序则参考2比特量子线路的第一列排序,即第1个至第3个为(2,1)、(4,1)、(3,1),且(5,1)位于最后1个,其余(6,1)、(7,1)、(8,1)参考(2,1)、(3,1)、(4,1)的排序为(6,1)、(8,1)、(7,1),最终可得第1列排序为:(2,1)、(4,1)、(3,1)、(6,1)、(8,1)、(7,1)、(5,1)。

[0140] 以此类推,4比特量子线路的第1列排序参考3比特量子线路的第1列排序,为:(2,1)、(4,1)、(3,1)、(6,1)、(8,1)、(7,1)、(5,1)、(10,1)、(12,1)、(11,1)、(14,1)、(16,1)、(15,1)、(13,1)、(9,1),同理可得更多比特量子线路的第1列排序。

[0141] 然后,继续以2比特量子线路的4阶酉矩阵为例,确定第2列的排序:

[0142] 获取第一列中与第2列(3,2)、(4,2)同行的元素(3,1)、(4,1)的排序,即(4,1)、(3,1),对应的行的二进制表示为11和00,分别与第2列对应的二进制表示01进行异或操作:

$$[0143] \quad 11 \oplus 01 = 10 = (3, 2)$$

$$[0144] \quad 10 \oplus 01 = 11 = (4, 2)$$

[0145] 可得,2比特量子线路的4阶酉矩阵第2列排序为:(3,2)、(4,2)。

[0146] 确定第3列至第4列的排序:类比1比特量子线路的酉矩阵排序,为:(4,3),最终得到的排序如表2所示。

[0147] 表2另一种2比特量子线路的酉矩阵排序

[0148]		00	01	10	11
	00	(1,1)			
	01	(2,1) 1	(2,2)		
	10	(3,1) 3	(3,2) 1	(3,3)	
	11	(4,1) 2	(4,2) 2	(4,3) 1	(4,4)

[0149] 同理以3比特量子线路为例,先确定第2列至第4列的排序:

[0150] 第1列中与第2列同行的非对角元素为的排序为:(4,1)、(3,1)、(6,1)、(8,1)、(7,1)、(5,1),对应的行的二进制分别与第2列的二进制进行异或,由2比特量子线路可知(3,2)、(4,2)的排序不变,在此可省略异或操作,即:

$$[0151] \quad 101 \oplus 001 = 100 = (5, 2)$$

$$[0152] \quad 111 \oplus 001 = 110 = (7, 2)$$

$$[0153] \quad 110 \oplus 001 = 111 = (8, 2)$$

$$[0154] \quad 100 \oplus 001 = 101 = (6, 2)$$

[0155] 可得,3比特量子线路的8阶酉矩阵第2列排序为:(3,2)、(4,2)、(5,2)、(7,2)、(8,2)、(6,2);

[0156] 第1列中与第3列同行的非对角元素为的排序为:(4,1)、(6,1)、(8,1)、(7,1)、(5,1),对应的行的二进制分别与第3列的二进制进行异或,由2比特量子线路可知(4,3)的排序不变,在此可省略异或操作,即:

$$[0157] \quad 101 \oplus 010 = 110 = (8, 3)$$

$$[0158] \quad 111 \oplus 010 = 101 = (6, 3)$$

$$[0159] \quad 110 \oplus 010 = 100 = (5, 3)$$

$$[0160] \quad 100 \oplus 010 = 110 = (7, 3)$$

[0161] 可得,3比特量子线路的8阶酉矩阵第3列排序为:(4,3)、(8,3)、(6,3)、(5,3)、(7,3);

[0162] 第1列中与第4列同行的非对角元素为的排序为:(6,1)、(8,1)、(7,1)、(5,1),对应的行的二进制分别与第4列的二进制进行异或操作,即:

$$[0163] \quad 101 \oplus 011 = 110 = (7, 4)$$

$$[0164] \quad 111 \oplus 011 = 100 = (5, 4)$$

$$[0165] \quad 110 \oplus 011 = 101 = (6, 4)$$

$$[0166] \quad 100 \oplus 011 = 111 = (8, 4)$$

[0167] 可得,3比特量子线路的8阶酉矩阵第4列排序为:(7,4)、(5,4)、(6,4)、(8,4)。

[0168] 接着,对于3比特量子线路的8阶酉矩阵第5列至第8列排序,则类比2比特量子线路的4阶酉矩阵第1列至第4列排序,可得:

[0169] 第5列排序:(6,5)、(8,5)、(7,5);

[0170] 第6列排序:(7,6)、(8,6);

[0171] 第7列排序: (8,7);

[0172] 第8列排序:无。

[0173] 同理可确定更多比特量子线路的酉矩阵第2列至最后一列排序。由上述,一种3比特量子线路的酉矩阵的部分列排序如表3所示。

[0174] 表3一种3比特量子线路的酉矩阵的部分列排序

[0175]	000	001	010	011	...
000	(1,1)				...
001	(2,1)1	(2,2)			...
010	(3,1)3	(3,2)1	(3,3)		...
011	(4,1)2	(4,2)2	(4,3)1	(4,4)	...
100	(5,1)7	(5,2)3	(5,3)4	(5,4)2	...
101	(6,1)4	(6,2)6	(6,3)3	(6,4)3	...
110	(7,1)6	(7,2)4	(7,3)5	(7,4)1	...
111	(8,1)5	(8,2)5	(8,3)2	(8,4)4	...

[0176] 步骤B,针对所述排序中的第*i*个非对角元素,构造特定量子逻辑门的*N*阶酉矩阵 U_i ,以使矩阵 $U_i \cdots U_1 U$ 中与该非对角元素同位置的元素置为0,且不改变已置0的非对角元素。并且,当第*i*个非对角元素的排序为所在列最后一个时,同时使矩阵 $U_i \cdots U_1 U$ 的相同列中的对角元素置为1。

[0177] 为了方便区别,携带受控信息的单量子逻辑门也可理解为特定量子逻辑门,因其酉矩阵不再是普通意义上的单量子逻辑门的2阶酉矩阵,而是*N*阶酉矩阵 U_i ,该特定量子逻辑门的表示形式可以为:

[0178] $\{C_n \cdots C_m \cdots C_1\}$

[0179] 其中, C_m 表示0、1、*或单量子逻辑门*V*,*m*表示量子比特位, $m \in [1, n]$,并且,有且只有一个 C_m 表示单量子逻辑门*V*。该单量子逻辑门*V*为普通意义上的操作一个量子比特的单量子逻辑门,只不过可额外受量子线路中的其余量子比特控制。对于不同项的待置0的非对角元素,构造的特定量子逻辑门可能不同。

[0180] 当 C_m 为0时,表示量子线路运行到单量子逻辑门*V*之前(即下一步即将执行逻辑门*V*),当判断出该位的量子比特的量子态为0态时,才执行单量子逻辑门*V*,简称0控;

[0181] 当 C_m 为1时,表示量子线路运行到单量子逻辑门*V*之前,当该位的量子比特的量子态为1态时,执行单量子逻辑门*V*,简称1控;

[0182] 当 C_m 为*时,表示量子线路运行到单量子逻辑门*V*之前,当该位的量子比特的量子态为任意态时,均执行单量子逻辑门*V*,简称无控。

[0183] 例如,一种特定量子逻辑门的表示形式为 $\{10^*V\}$,表示单量子逻辑门*V*作用在最低位量子比特上,*表示逻辑门*V*不受第2位的量子比特控制(无控),0表示逻辑门*V*受第3位的量子比特控制(0控),1表示逻辑门*V*受第4位的量子比特控制(1控)。另外可知,量子线路为4比特量子线路,该特定量子逻辑门的酉矩阵为 $2^4=16$ 阶酉矩阵。

[0184] 具体的,*i*为正整数,取值范围为: $1 \leq i \leq r$ 。当*i*=1时,单量子逻辑门*V*的酉矩阵由量子线路的酉矩阵*U*的元素确定;当 $1 < i \leq r$ 时,单量子逻辑门*V*的酉矩阵由矩阵 $U_{i-1} \cdots U_1 U$ 的元素确定。

[0185] 示例性的,对于2比特量子线路,在表2基础上,对应增加特定量子逻辑门的表示形式,可如表4所示, $U_1 = \{ *V \}$, $U_2 = \{ 1V \}$, $U_3 = \{ V* \}$, $U_4 = \{ 1V \}$, $U_5 = \{ V1 \}$, $U_6 = \{ 1V \}$ 。

[0186] 表4一种2比特量子线路对应的特定量子逻辑门

[0187]		00	01	10	11
	00	(1,1)			
	01	(2,1)1; { *V }	(2,2)		
	10	(3,1)3; { V* }	(3,2)1; { 1V }	(3,3)	
	11	(4,1)2; { 1V }	(4,2)2; { V1 }	(4,3)1; { 1V }	(4,4)

[0188] 其中,具体矩阵形式如下:

$$[0189] \quad \{1V\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_{11} & v_{12} \\ 0 & 0 & v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}$$

$$[0190] \quad \{V1\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v_{11} & 0 & v_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & v_{21} & 0 & v_{22} \end{bmatrix}$$

$$[0191] \quad \{ * V \}: I_2 \otimes V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & 0 & 0 \\ v_{21} & v_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_{11} & v_{12} \\ 0 & 0 & v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}$$

$$[0192] \quad \{ V * \}: V \otimes I_2 = \begin{bmatrix} v_{11} & 0 & v_{12} & 0 \\ 0 & v_{11} & 0 & v_{12} \\ v_{21} & 0 & v_{22} & 0 \\ 0 & v_{21} & 0 & v_{22} \end{bmatrix}$$

[0193] 其中, $V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}$ 。可以补充的是,2比特量子线路相关的{0V}和{V0}的矩阵形式如下:

$$[0194] \quad \{0V\} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & 0 & 0 \\ v_{21} & v_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[0195] \quad \{V0\} = \begin{bmatrix} v_{11} & 0 & v_{12} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_{21} & 0 & v_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[0196] 一种特定量子逻辑门{0V}、{1V}、{V0}、{V1}位于量子线路中的示意图可如图3所示,空心点及与V的连线表示0控,实心点及与V的连线表示1控,上方横线表示低位量子比特的时间线,下方横线表示高一位的量子比特时间线。

[0197] 假设2比特量子线路的酉矩阵如下：

$$[0198] \quad U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} \end{bmatrix}$$

[0199] 第一步,将 u_{21} 同位置的非对角元素置0:

[0200] 在1比特量子线路情况中,由矩阵乘法可知, V 的元素确定与(1,1)项和(2,1)项相关,可看成利用(1,1)项消除(2,1)项,以使矩阵相乘后(2,1)项为0。以类似方式,首先也利用(1,1)项消除(2,1)项, V 中各元素 v_{11} 、 v_{12} 、 v_{21} 、 v_{22} 根据(1,1)项和(2,1)项确定:

$$[0201] \quad V = \begin{bmatrix} \frac{u_{11}^*}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} & \frac{u_{21}^*}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} \\ u_{21} & -u_{11} \\ \frac{u_{21}}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} & \frac{-u_{11}}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} \end{bmatrix}$$

$$U_1 U = \{ * V \} U =$$

$$[0202] \quad \begin{bmatrix} \frac{u_{11}^*}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} & \frac{u_{21}^*}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} & 0 & 0 \\ \frac{u_{21}}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} & \frac{-u_{11}}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u_{11}^*}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} & \frac{u_{21}^*}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} \\ 0 & 0 & \frac{u_{21}}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} & \frac{-u_{11}}{\sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{|u_{11}|^2 + |u_{21}|^2} & u_{12}' & u_{13}' & u_{14}' \\ 0 & u_{22}' & u_{23}' & u_{24}' \\ u_{31}' & u_{32}' & u_{33}' & u_{34}' \\ u_{41}' & u_{42}' & u_{43}' & u_{44}' \end{bmatrix}$$

[0203] 第二步,将 u_{41} 同位置的非对角元素置0:

[0204] 以(1,1)项消除(2,1)项类比,左下半部分,利用 $U_1 U$ 中的(3,1)项消除(4,1)项,据此确定 V :

$$[0205] \quad V = \begin{bmatrix} \frac{u_{31}'^*}{\sqrt{|u_{31}'|^2 + |u_{41}'|^2}} & \frac{u_{41}'^*}{\sqrt{|u_{31}'|^2 + |u_{41}'|^2}} \\ u_{41}' & -u_{31}' \\ \frac{u_{41}'}{\sqrt{|u_{31}'|^2 + |u_{41}'|^2}} & \frac{-u_{31}'}{\sqrt{|u_{31}'|^2 + |u_{41}'|^2}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 U_2 U_1 U &= \{1V\}\{*V\}U \\
 [0206] \quad &= \begin{bmatrix} \sqrt{|u_{11}'|^2 + |u_{21}'|^2} & u_{12}' & u_{13}' & u_{14}' \\ 0 & u_{22}' & u_{23}' & u_{24}' \\ u_{31}' & u_{32}' & u_{33}' & u_{34}' \\ u_{41}' & u_{42}' & u_{43}' & u_{44}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{|u_{11}'|^2 + |u_{21}'|^2} & u_{12}' & u_{13}' & u_{14}' \\ 0 & u_{22}' & u_{23}' & u_{24}' \\ u_{31}' & u_{32}' & u_{33}' & u_{34}' \\ u_{41}' & u_{42}' & u_{43}' & u_{44}' \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} u_{11}'' & u_{12}'' & u_{13}'' & u_{14}'' \\ 0 & u_{22}'' & u_{23}'' & u_{24}'' \\ u_{31}'' & u_{32}'' & u_{33}'' & u_{34}'' \\ 0 & u_{42}'' & u_{43}'' & u_{44}'' \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

[0207] 第三步,将 u_{31} 同位置的非对角元素置0,同时将该列对角元素置1:

[0208] 利用 $U_2 U_1 U$ 中的(1,1)项消除(3,1)项,据此确定 V :

$$[0209] \quad V = \begin{bmatrix} \frac{u_{11}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} & \frac{u_{31}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} \\ \frac{u_{31}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} & -\frac{u_{11}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} \end{bmatrix}$$

$$U_3 U_2 U_1 U = \{V*\}\{1V\}\{*V\}U =$$

$$\begin{aligned}
 [0210] \quad & \begin{bmatrix} \frac{u_{11}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} & 0 & \frac{u_{31}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} & 0 \\ 0 & \frac{u_{11}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} & 0 & \frac{u_{31}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} \\ \frac{u_{31}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} & 0 & \frac{-u_{11}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} & 0 \\ 0 & \frac{u_{31}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} & 0 & \frac{-u_{11}''}{\sqrt{|u_{11}''|^2 + |u_{31}''|^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11}'' & u_{12}'' & u_{13}'' & u_{14}'' \\ 0 & u_{22}'' & u_{23}'' & u_{24}'' \\ u_{31}'' & u_{32}'' & u_{33}'' & u_{34}'' \\ 0 & u_{42}'' & u_{43}'' & u_{44}'' \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} u_{11}''' & u_{12}''' & u_{13}''' & u_{14}''' \\ 0 & u_{22}''' & u_{23}''' & u_{24}''' \\ 0 & u_{32}''' & u_{33}''' & u_{34}''' \\ 0 & u_{42}''' & u_{43}''' & u_{44}''' \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$[0211] \quad \text{由于} \begin{bmatrix} u_{11}'' & u_{12}'' & u_{13}'' & u_{14}'' \\ 0 & u_{22}'' & u_{23}'' & u_{24}'' \\ u_{31}'' & u_{32}'' & u_{33}'' & u_{34}'' \\ 0 & u_{42}'' & u_{43}'' & u_{44}'' \end{bmatrix} \text{和} \begin{bmatrix} u_{11}''' & u_{12}''' & u_{13}''' & u_{14}''' \\ 0 & u_{22}''' & u_{23}''' & u_{24}''' \\ 0 & u_{32}''' & u_{33}''' & u_{34}''' \\ 0 & u_{42}''' & u_{43}''' & u_{44}''' \end{bmatrix} \text{均为酉}$$

矩阵,酉矩阵与其本身的转置共轭的乘积为单位阵,通过该条件,可计算得到:

$$[0212] \quad \begin{bmatrix} u_{11}''' & u_{12}''' & u_{13}''' & u_{14}''' \\ 0 & u_{22}''' & u_{23}''' & u_{24}''' \\ 0 & u_{32}''' & u_{33}''' & u_{34}''' \\ 0 & u_{42}''' & u_{43}''' & u_{44}''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_{22}''' & u_{23}''' & u_{24}''' \\ 0 & u_{32}''' & u_{33}''' & u_{34}''' \\ 0 & u_{42}''' & u_{43}''' & u_{44}''' \end{bmatrix}$$

[0213] 以此类推,对于第2列,类比消除(4,1)项和(3,1)项的方式来消除(3,2)项和(4,2)项,同时不改变第一列中的元素为0的项。之后,矩阵的形式为二阶单位矩阵与二阶矩阵直和的形式,该二阶矩阵可看成1比特量子线路的情形,采用特定量子逻辑门{1V}来处理,这样已置0的前两列就不会受到影响。

[0214] 对于3比特量子线路的酉矩阵,对于第一列,消除(2,1)、(4,1)、(3,1)项的方式与2比特量子线路的情况一样,只是所使用的特定量子逻辑门不同;对于下半部分,消除(6,1)、(8,1)、(7,1)项可类比为消除(2,1)、(4,1)、(3,1)项,最后利用(1,1)项消除(5,1)项。对于第二列,消除(3,2)、(4,2)项与2比特量子线路的情况一样,类比消除(6,1)、(8,1)、(7,1)、(5,1)项的方式来消除(5,2)、(7,2)、(8,2)、(6,2)项。其余列同理。

[0215] 更具体的,利用元素为a的项消除元素为b的项,如果a项位置在b项上方,则:

$$[0216] \quad V = \begin{bmatrix} \frac{a^*}{\sqrt{|a|^2 + |b|^2}} & \frac{b^*}{\sqrt{|a|^2 + |b|^2}} \\ \frac{b}{\sqrt{|a|^2 + |b|^2}} & \frac{-a}{\sqrt{|a|^2 + |b|^2}} \end{bmatrix}$$

[0217] 否则,在a项位于b项下方的情况下:

$$[0218] \quad V = \begin{bmatrix} \frac{-a}{\sqrt{|a|^2 + |b|^2}} & \frac{b}{\sqrt{|a|^2 + |b|^2}} \\ \frac{b^*}{\sqrt{|a|^2 + |b|^2}} & \frac{a^*}{\sqrt{|a|^2 + |b|^2}} \end{bmatrix}$$

[0219] 其中, a^* 、 b^* 表示a、b的共轭。

[0220] 示例性的,对于3比特量子线路,在表3基础上,对应特定量子逻辑门的表示形式如下表5所示:

[0221] 表5一种3比特量子线路对应的特定量子逻辑门

		000	001	010	011	..	.
	000	(1, 1)				..	.
[0222]	001	(2, 1) 1; {** V}	(2, 2)			..	.
	010	(3, 1) 3; {* V *}	(3, 2) 1; {* 1V}	(3, 3)		..	.
	011	(4, 1) 2;	(4, 2) 2;	(4, 3) 1;	(4, 4)		.
		{* 1V}	{* V1}	{* 1V}		..	
	100	(5, 1) 7; {V **}	(5, 2) 3; {1 * V}	(5, 3) 4; {1V *}	(5, 4) 2; {10V}	..	.
[0223]	101	(6, 1) 4; {1 * V}	(6, 2) 6; {V * 1}	(6, 3) 3; {10V}	(6, 4) 3; {1V *}	..	.
	110	(7, 1) 6; {1V *}	(7, 2) 4; {* 1V}	(7, 3) 5; {V1 *}	(7, 4) 1; {1 * V}	..	.
	111	(8, 1) 5; {* 1V}	(8, 2) 5; {1V *}	(8, 3) 2; {1 * V}	(8, 4) 4; {V11}	..	.

[0224] 第一列, (2, 1) : $U_1 = \{**V\}$; (4, 1) : $U_2 = \{*1V\}$; (3, 1) : $U_3 = \{*V*\}$; (6, 1) : $U_4 = \{1*V\}$; (8, 1) : $U_5 = \{*1V\}$; (7, 1) : $U_6 = \{1V*\}$; (5, 1) : $U_7 = \{V**\}$;

[0225] 第二列, (3, 2) : $U_8 = \{*1V\}$; (4, 2) : $U_9 = \{*V1\}$; (5, 2) : $U_{10} = \{1*V\}$; (7, 2) : $U_{11} = \{*1V\}$; (8, 2) : $U_{12} = \{1V*\}$; (6, 2) : $U_{13} = \{V*1\}$;

[0226] 第三列, (4, 3) : $U_{14} = \{*1V\}$; (8, 3) : $U_{15} = \{1*V\}$; (6, 3) : $U_{16} = \{10V\}$; (5, 3) : $U_{17} = \{1V*\}$; (7, 3) : $U_{18} = \{V1*\}$;

[0227] 第四列, (7, 4) : $U_{19} = \{1*V\}$; (5, 4) : $U_{20} = \{10V\}$; (6, 4) : $U_{21} = \{1V*\}$; (8, 4) : $U_{22} = \{V11\}$;

[0228] 第五列, (6, 5) : $U_{23} = \{1*V\}$; (8, 5) : $U_{24} = \{11V\}$; (7, 5) : $U_{25} = \{1V*\}$;

[0229] 第六列, (7, 6) : $U_{26} = \{11V\}$; (8, 6) : $U_{27} = \{1V1\}$;

[0230] 第七列, (8, 7) : $U_{28} = \{11V\}$; 第八列无。

[0231] 本领域技术人员可以理解的是,待置0的非对角元素的排序及特定量子逻辑门的N阶酉矩阵 U_i 的构造不限以上方式,具体以实现 $U_r \cdots U_1 U = I_N$ 为准。

[0232] 矩阵构造存在一些基本规律。例如,2比特量子线路,对原酉矩阵U的行列根据对应的量子比特数进行二进制编码(前述的二进制表示),即从00至11,一个{0V}矩阵作用在4阶酉矩阵U的左侧,则只会影响U的00和01部分(即前两行前两列),同理可以得到{1V}只会影响U的10和11部分,{V0}只会影响U的00和10部分,{V1}只会影响U的01和11部分。对于{*V}和{V*}矩阵,其中不包含任何控制,由其矩阵形式可知,左乘原矩阵时会影响原矩阵的所有行和列。

[0233] 特定量子逻辑门的矩阵表示形式的构造规律可概括如下:

[0234] 一、首先说明量子线路酉矩阵第一列对应的矩阵构造:

[0235] 1,一比特量子线路:

[0236] 线路酉矩阵仅有一个元素(2,1)待置0,构造特定量子逻辑门 $\{C_1\} = \{V\}$ 即可,以使 $\{V\} \cdot U = I_N$;

[0237] 2,两比特量子线路:

[0238] 采用递归思想,参考1比特量子线路,线路酉矩阵除最后一个待置0元素(3,1)外,对应的特定量子逻辑门 $\{C_n \cdots C_m \cdots C_1\} = \{C_2 C_1\} = \{C_2 V\}$;

[0239] 对于酉矩阵上半部分(2,1),最高位量子比特设为不受控,即(2,1): $\{C_2 V\} = \{*V\}$;

[0240] 对于下半部分(4,1),判断低位量子比特对应的 C_1 是否为1,若不为1,则(4,1): $\{C_2 V\} = \{1V\}$,否则 $\{C_2 V\} = \{*V\}$;判断可得:

[0241] (4,1)对应1比特量子线路的(2,1): $\{C_2 C_1\} = \{C_2 V\} = \{1V\}$;

[0242] 最后一个待置0元素(3,1)直接设为: $\{C_2 C_1\} = \{V*\}$;

[0243] 3,三比特量子线路:

[0244] 对应构造的特定量子逻辑门 $\{C_n \cdots C_m \cdots C_1\} = \{C_3 C_2 C_1\}$,线路酉矩阵上半部分参考2比特量子线路,仍将最高位量子比特设为不受控,即 $\{C_3 C_2 C_1\} = \{*C_2 C_1\}$,可得:

[0245] (2,1)对应2比特量子线路的(2,1): $\{C_3 C_2 C_1\} = \{*C_2 C_1\} = \{**V\}$;

[0246] (4,1)对应2比特量子线路的(4,1): $\{C_3 C_2 C_1\} = \{*C_2 C_1\} = \{*1V\}$;

[0247] (3,1)对应2比特量子线路的(3,1): $\{C_3 C_2 C_1\} = \{*C_2 C_1\} = \{*V*\}$;

[0248] 对于下半部分除最后一个待置0元素(5,1)外,与上半部分按顺序一一对应,判断上半部分的、低2位量子比特对应的 C_2 、 C_1 是否均不为1,若均不为1,则 $\{C_3 C_2 C_1\} = \{1C_2 C_1\}$,否则 $\{C_3 C_2 C_1\} = \{*C_2 C_1\}$;判断可得:

[0249] (6,1)对应的 $\{C_3 C_2 C_1\}$ 中, C_2 、 C_1 与(2,1)对应的 C_2 、 C_1 相同,即为*、V,且均不为1,可得: $\{C_3 C_2 C_1\} = \{C_3 *V\} = \{1*V\}$;

[0250] 同理,(8,1)对应(4,1): $\{C_3 C_2 C_1\} = \{C_3 1V\} = \{*1V\}$;(7,1)对应(3,1): $\{C_3 C_2 C_1\} = \{C_3 V*\} = \{1V*\}$;

[0251] 最后一个待置0元素(5,1)直接设为: $\{C_3 C_2 C_1\} = \{V**\}$;

[0252] 以此类推,可实现任意比特量子线路酉矩阵的第一列对应的矩阵构造;

[0253] 二、量子线路酉矩阵第二列至第N/2列对应的矩阵构造:

[0254] 1,两比特量子线路, $n=2$:

[0255] 第2列,列下标 $l=2$,二进制表示01,二进制低位 $l_1=1$ 、高位 $l_2=0$;根据预设不等式 $2^{x-1} < l \leq 2^x$,求得 $x=1$;下半部分按顺序与前一列下半部分相对应,矩阵 $\{C_2 C_1\}$ 构造如下:

[0256] (3,2):参考(4,1)对应的 $\{1V\}$:若 $j=n$,且 $\{1V\}$ 中 C_n, \dots, C_{x+1} 均不为1,则(3,2)对应

的 $\{C_2C_1\}$ 中的 $C_j=1$; 若 $1 \leq j \leq x$, 且 $\{1V\}$ 中对应的 $C_j=1_j=1$, 则 $(3,2)$ 对应的 $\{C_2C_1\}$ 中的 $C_j=0$; 否则, $(3,2)$ 对应的 C_j 与 $\{1V\}$ 中对应的 C_j 保持一致; 判断可得:

[0257] $j=1$ 时, 满足 C_j 与 $\{1V\}$ 中对应的 C_j 保持一致的条件, 即 $C_1=V$;

[0258] $j=2$ 时, 满足 C_j 与 $\{1V\}$ 中对应的 C_j 保持一致的条件, 即 $C_2=1$;

[0259] 可得, $(3,2)$ 对应的 $\{C_2C_1\} = \{1V\}$;

[0260] $(4,2)$: 其为本列最后一个待置0元素, 参考第一列 $(3,1)$ 对应的 $\{V*\}$: 将 $\{V*\}$ 中的 * 视为0, 进行二进制加1操作, * 变为1, 得到 $(3,2)$ 对应的 $\{C_2C_1\} = \{V1\}$;

[0261] 2, 三比特量子线路, $n=3$:

[0262] 第2列, 列下标 $1=2$, 二进制表示 $01, 1_1=1, 1_2=0$; 根据 $2^{x-1} < 1 \leq 2^x$, 求得 $x=1$, 上半部分 $(3,2)$ 、 $(4,2)$ 参考两比特量子线路:

[0263] $(3,2)$ 对应的 $\{C_3C_2C_1\}$ 中, C_2C_1 取值与两比特量子线路的 $(3,2)$ 对应的 $\{C_2C_1\} = \{1V\}$ 相同, C_3 设为*, 即: $(3,2)$ 对应的 $\{C_3C_2C_1\} = \{*1V\}$;

[0264] $(4,2)$ 对应的 $\{C_3C_2C_1\}$ 中, C_2C_1 取值与两比特量子线路的 $(4,2)$ 对应的 $\{C_2C_1\} = \{V1\}$ 相同, C_3 设为*, 即: $(4,2)$ 对应的 $\{C_3C_2C_1\} = \{*V1\}$;

[0265] 下半部分按顺序与第一列下半部分进行对应, 矩阵 $\{C_3C_2C_1\}$ 构造如下:

[0266] $(5,2)$: 参考 $(6,1)$ 对应的 $\{1*V\}$: 若 $j=n$, 且 $\{1*V\}$ 中 C_n, \dots, C_{x+1} 均不为1, 则 $(5,2)$ 对应的 $\{C_3C_2C_1\}$ 中的 $C_j=1$; 若 $1 \leq j \leq x$, 且 $\{1*V\}$ 中对应的 $C_j=1_j=1$, 则 $(5,2)$ 对应的 $\{C_3C_2C_1\}$ 中的 $C_j=0$; 否则, $(5,2)$ 对应 $\{C_3C_2C_1\}$ 中的 C_j 与 $\{1*V\}$ 中对应的 C_j 保持一致; 判断可得:

[0267] $j=1$ 时, 满足 C_j 与 $\{1*V\}$ 中对应的 C_j 保持一致的条件, 即 $C_1=V$;

[0268] $j=2$ 时, 满足 C_j 与 $\{1*V\}$ 中对应的 C_j 保持一致的条件, 即 C_2 等于*;

[0269] $j=3$ 时, 满足 C_j 与 $\{1*V\}$ 中对应的 C_j 保持一致的条件, 即 $C_3=1$;

[0270] 可得, $(5,2)$ 对应的 $\{C_3C_2C_1\} = \{1*V\}$;

[0271] 同理得, $(7,2)$ 对应的 $\{C_3C_2C_1\} = \{*1V\}$; $(8,2)$ 对应的 $\{C_3C_2C_1\} = \{1V*\}$;

[0272] $(6,2)$: 其为本列最后一个待置0元素, 参考第一列 $(5,1)$ 对应的 $\{V**\}$: 将 $\{V**\}$ 中的 * 视为0, 进行二进制加1操作, 00 变为01, 即 ** 变为 *1, 得到 $(6,2)$ 对应的 $\{C_3C_2C_1\} = \{V*1\}$;

[0273] 同理可得, 第3列:

[0274] 上半部分: $(4,3)$ 对应 $\{*1V\}$; 下半部分: $(8,3)$ 对应 $\{1*V\}$, $(6,3)$ 对应 $\{10V\}$, $(5,3)$ 对应 $\{1V*\}$; 本列最后一个待置0元素 $(7,3)$ 对应 $\{V1*\}$;

[0275] 第4列不进行赘述; 可见, 下半部分除每列最后一个待置0元素外, 偶数列与前一列 (奇数列) 的矩阵构造对应相同, 奇数列的矩阵则参考第一列确定;

[0276] 三、量子线路酉矩阵第 $(N/2+1)$ 列至最后一列对应的矩阵构造:

[0277] 参考第1列至第 $N/2$ 列的上半部分, 按顺序一一对应, 将最高位的 * 变为1, 其余不变, 以上述3比特量子线路为例, 可得:

[0278] 第5列: $(6,5)$ 对应 $(2,1)$, 可得 $\{1*V\}$; $(8,5)$ 对应 $(4,1)$, 可得 $\{11V\}$; $(7,5)$ 对应 $(3,1)$, 可得 $\{1V*\}$;

[0279] 第6列: $(7,6)$ 对应 $(3,2)$, 可得 $\{11V\}$; $(8,6)$ 对应 $(4,2)$, 可得 $\{1V1\}$;

[0280] 第7列: $(8,7)$ 对应 $(4,3)$, 可得 $\{11V\}$; 第8列无;

[0281] 以此类推, 可实现任意比特量子线路酉矩阵的所有列对应的矩阵构造, 在此不对其进行赘述。

[0282] 具体的, $\{C_n \cdots C_m \cdots C_1\} = I_N + V_n \otimes \cdots V_m \cdots \otimes V_1$, 其中, V_m 等于: $|0\rangle\langle 0|$, 若 $C_m=0$; $|1\rangle\langle 1|$, 若 $C_m=1$; $V-I_2$, 若 $C_m=V$; I_2 , 若 C_m 为*。

[0283] S2024, 输出包含所述r个携带受控信息的单量子逻辑门的子量子线路, 根据所述子量子线路和各量子比特及其初态, 构建HHL算法对应的量子线路。

[0284] 具体的, 由 $U_r \cdots U_1 U = I_N$, 可得: $U = U_1^\dagger \cdots U_r^\dagger$, U_1^\dagger 、 U_r^\dagger 为 U_1 、 U_r 的转置共轭, 即分解出的r个携带受控信息的单量子逻辑门(特定量子逻辑门)是处于转置共轭dagger状态的。

[0285] 在特定量子逻辑门的矩阵形式确定后, 特定量子逻辑门随即确定(例如图3所示的特定量子逻辑门位于量子线路中的示意图), 根据从 U_1^\dagger 依次至 U_r^\dagger 的执行时序, 构建并输出分解后的、包括 U_1^\dagger 至 U_r^\dagger 的子量子线路。相比动辄包括成百上千量子逻辑门且存在较大数量的多比特量子逻辑门的复杂量子线路, 子量子线路结构大为精简, 运行量子线路时的计算复杂度和资源占用显著下降。

[0286] 具体的, 根据子量子线路和各量子比特及其初态, 构建HHL算法对应的量子线路, 可以包括:

[0287] S20241, 根据子量子线路, 构建相位估计运算对应的第一部分量子线路, 以将 $|b\rangle$ 在矩阵A的特征空间上分解为: $|b\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\mu_j\rangle$, 并将第一量子比特和第二量子比特的初态 $|0\rangle|b\rangle$ 转化为: $\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle|\mu_j\rangle$;

[0288] 本领域技术人员可以理解的是, 相位估计(Phase estimation)是量子傅里叶变换QFT的一个重要应用, 它的重要性体现在它是很多量子算法的基础。如图4所示, 相位估计对应的第一部分量子线路, 可以包括:H门操作模块、C- U^j 操作(受控U算子操作)模块和量子傅里叶逆变换模块, 其中, 该U算子即为矩阵A对应的酉矩阵U, 前述子量子线路即为该U算子对应的量子线路实现, 在此不对其进行赘述。经过第一部分量子线路, 辅助量子比特(对应图4最上的时间线)的量子态不变、第一量子比特(对应图4中间的时间线)的初态 $|0\rangle$ 转化为 $|\lambda_j\rangle$ 、第二量子比特(对应图4最下的时间线)的初态 $|b\rangle$ 分解 $\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\mu_j\rangle$ 。

[0289] 其中, 第一量子比特的数量z取决于相位估计的精度和成功概率, 第二量子比特的数量优选为n(至少为n, 也可大于n), $|\mu_j\rangle$ 为矩阵A的特征向量, β_j 为 $|\mu_j\rangle$ 的振幅, λ_j 为矩阵A的特征值。

[0290] 实际上, 输出的 λ_j 是估计值, 可以通过增加第一量子比特的数量, 提高相位估计的输出精度。并且, 在实际应用中, 可以设置辅助量子寄存器、第一量子寄存器、第二量子寄存器, 分别存储辅助量子比特、第一量子比特、第二量子比特的量子态。

[0291] S20242, 构建受控旋转操作对应的第二部分量子线路, 以将基态 $|\lambda_j\rangle$ 中的值提取到辅助量子比特的量子态振幅上, 得到: $\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle|\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - \left| \frac{c}{\lambda_j} \right|^2} |0\rangle + \frac{c}{\lambda_j} |1\rangle \right)$, 其

中,辅助量子比特的数量为1,所述C为常数, $|\frac{C}{\lambda_j}| \leq 1$;

[0292] 具体的,受控旋转又可称“提取占比”,因为经过相位估计运算之后,第一量子寄存器会存储一系列的特征值 λ_j (具体存储在基态 $|\lambda_j\rangle$ 中),而第二量子寄存器存储的输入态即初态 $|b\rangle$ 会在矩阵A的特征空间上进行分解,然后通过受控旋转操作,将基态中的 λ_j 值提取

到了振幅上,将辅助量子比特的量子态 $|0\rangle$ 转化为得到 $\sum_{j=0}^{N-1} \left(\sqrt{1 - |\frac{C}{\lambda_j}|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right)$,

各量子比特的量子态经过第二部分量子线路由 $\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle |\mu_j\rangle |0\rangle$ 转化为

$\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle |\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - |\frac{C}{\lambda_j}|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right)$ 。为了减少资源占用,辅助量子比特可设1位,

且C为常数,一般取1。

[0293] S20243,构建相位估计逆运算对应的第三部分量子线路,以消除 $|\lambda_j\rangle$,得到:

$\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |0\rangle |\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - |\frac{C}{\lambda_j}|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right)$;

[0294] 本领域技术人员可以理解的是,相位估计逆运算是前述相位估计的还原过程,或称相位估计的转置共轭运算,目的是消除 $|\lambda_j\rangle$,具体以将量子态

$\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle |\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - |\frac{C}{\lambda_j}|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right)$ 转化为如下为准:

[0295] $\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |0\rangle |\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - |\frac{C}{\lambda_j}|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right)$

[0296] S20244,构建针对所述辅助量子比特的量子测量操作,以使测量到所述辅助量子

比特的量子态为 $|1\rangle$ 时,得到: $|x'\rangle = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=0}^{N-1} C^2 |\beta_j|^2 / |\lambda_j|^2}} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{C \beta_j}{\lambda_j} |\mu_j\rangle$, 所述 $|x'\rangle$ 与

$|x\rangle = A^{-1}|b\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j \lambda_j^{-1} |\mu_j\rangle$ 为振幅归一化的对应关系;

[0297] 具体的,量子测量操作施加在辅助量子比特上,以在相位估计逆运算后,对辅助量子比特进行测量。测量后,辅助量子比特的状态会塌缩至一个确定的状态,其中,塌缩至 $|0\rangle$

的概率是 $1 - |\frac{C}{\lambda_j}|^2$, 塌缩至 $|1\rangle$ 的概率是 $|\frac{C}{\lambda_j}|^2$ 。当测量辅助量子比特的量子态为 $|1\rangle$ 、且C

= 1 时,即可得到确定的量子态: $|x'\rangle = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=0}^{N-1} |\beta_j|^2 / |\lambda_j|^2}} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\beta_j}{\lambda_j} |\mu_j\rangle$, 可见是

$|x\rangle = A^{-1}|b\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j \lambda_j^{-1} |\mu_j\rangle$ 进行振幅归一化的对应结果。在实际应用中,可以根据

用户所需的应用场景,对应得到 $|x\rangle$,或者直接将 $|x'\rangle$ 用于后续的场景计算。

[0298] S20245,将所述第一部分量子线路、所述第二部分量子线路、所述第三部分量子线路和所述量子测量操作,依次组成HHL算法对应的量子线路。

[0299] 具体的,根据第一部分量子线路、第二部分量子线路、第三部分量子线路和量子测量操作的执行时序,依次组成一条完整的量子线路,即为HHL算法对应的总量子线路。如前述,第一部分、第二部分、第三部分及总量子线路包含的量子比特总数均相同,可以为 $1+z+n$ 。

[0300] 可见,获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程,对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统;利用基于HHL算法对应的量子线路,对所述线性系统进行求解,得到所述目标偏微分方程的数值解。通过在基于量子线路处理量子应用问题的过程中,由于输出的子量子线路中量子逻辑门数量有限,且消除了酉矩阵形式复杂的多比特量子逻辑门,使得量子逻辑门形式得以简化,从而减少构建的HHL算法的量子线路复杂度,提高量子线路的模拟效率,同时减少硬件资源的占用。

[0301] 参见图5,图5为本发明实施例提供的一种基于量子线路处理量子应用问题的装置的结构示意图,可以包括:

[0302] 离散化模块501,用于获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程,对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统;

[0303] 求解模块502,用于利用基于HHL算法对应的量子线路,对所述线性系统进行求解,得到所述目标偏微分方程的数值解;其中,所述基于HHL算法对应的量子线路,由以下方式构建:

[0304] 获得 $N \times N$ 维矩阵 A 和 N 维向量 b ,其中,所述矩阵 A 为可逆矩阵,所述 $N=2^n$,所述 n 为正整数;

[0305] 获得包括辅助量子比特、第一量子比特、第二量子比特的若干量子比特,其中,所述辅助量子比特和所述第一量子比特的初态置为 $|0\rangle$,所述第二量子比特的初态置为

$$|b\rangle = \frac{1}{|b|} \sum_{j=0}^{N-1} b_j |j\rangle, \text{ 所述 } b_j \text{ 为所述向量 } b \text{ 的第 } j \text{ 个元素};$$

[0306] 确定所述矩阵 A 对应的酉矩阵 U ,将所述矩阵 U 分解成 r 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵;其中,满足 $U_r \cdots U_1 \cdots U_1 U = I_N$,所述 U_i 为第 i 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵, $1 \leq i \leq r$,所述 $r \leq \frac{N(N-1)}{2}$,所述 I_N 为 N 阶单位矩阵;

[0307] 输出包含所述 r 个携带受控信息的单量子逻辑门的子量子线路,根据所述子量子线路和各量子比特及其初态,构建HHL算法对应的量子线路。

[0308] 具体的,所述离散化模块,具体用于:

[0309] 根据目标偏微分方程的边界条件,选择对应的基函数,其中,所述边界条件包括:周期性边界条件、非周期性边界条件,所述基函数包括:傅里叶基函数、切比雪夫基函数;

[0310] 根据所述基函数,选择对应的节点,其中,所述节点包括:均匀节点、高斯-切比雪夫-洛巴托节点;

[0311] 根据所述基函数和所述节点,构造所述目标偏微分方程对应的线性系统。

[0312] 具体的,所述求解模块,具体用于:

[0313] 若所述矩阵 A 为酉矩阵,则将所述矩阵 A 直接确定为对应的酉矩阵 U ;

[0314] 若所述矩阵A为厄米矩阵,确定对应的酉矩阵 $U=e^{iAt}$;其中,所述t为常量;

[0315] 若所述矩阵A为非厄米矩阵且非酉矩阵,确定对应厄米矩阵 $A' = \begin{bmatrix} 0 & A \\ A^+ & 0 \end{bmatrix}$,以确定对应的酉矩阵 $U=e^{iA't}$,同时将所述向量b转换为 $b_c = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$ 。

[0316] 具体的,所述求解模块,包括:

[0317] 确定单元,用于确定所述酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序;

[0318] 构造单元,用于针对所述排序中的第i个非对角元素,构造特定量子逻辑门的N阶酉矩阵 U_i ,以使矩阵 $U_i \cdots U_1 U$ 中与该非对角元素同位置的元素置为0,且不改变已置0的非对角元素;

[0319] 其中,所述特定量子逻辑门包括操作一比特的单量子逻辑门,所述单量子逻辑门携带受其余比特控制的受控信息, $1 \leq i \leq r$;当所述 $i=1$ 时,所述单量子逻辑门的酉矩阵由所述量子线路对应的酉矩阵U的元素确定;当 $1 < i \leq r$ 时,所述单量子逻辑门的酉矩阵由矩阵 $U_{i-1} \cdots U_1 U$ 的元素确定;并且,当所述第i个非对角元素的排序为所在列最后一个时,同时使矩阵 $U_i \cdots U_1 U$ 的相同列中的对角元素置为1。

[0320] 具体的,所述确定单元,具体用于:

[0321] 当 $n=1$ 时,所述酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素排序为(2,1);其中,所述(2,1)表示坐标为第2行第1列的非对角元素;

[0322] 当 $n > 1$ 时,根据(n-1)比特量子线路对应的酉矩阵的第一列排序,确定n比特量子线路对应的所述酉矩阵U中对角元素下方的、待置0的非对角元素的第一列排序;其中,第一列中坐标(N/2+1,1)的非对角元素的排序位于第一列最后一个;

[0323] 基于所述n比特量子线路对应的第一列排序,分别确定所述n比特量子线路对应的第2列至第N/2列中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序;

[0324] 根据(n-1)比特量子线路对应的酉矩阵中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序,对应确定所述n比特量子线路对应的第(N/2+1)列至第N列中对角元素下方的、待置0的非对角元素的排序。

[0325] 具体的,所述携带受控信息的单量子逻辑门的表示形式包括:

[0326] $\{C_n \cdots C_m \cdots C_1\}$,其中,所述 C_m 表示0、1、*或单量子逻辑门V,所述m表示量子比特位, $m \in [1, n]$,并且,有且只有一个 C_m 表示单量子逻辑门V,所述单量子逻辑门V的酉矩阵由所述酉矩阵U确定;

[0327] 当 C_m 为0时,表示所述量子线路运行到单量子逻辑门V之前,当该位的量子比特的量子态为0态时,执行单量子逻辑门V;

[0328] 当 C_m 为1时,表示所述量子线路运行到单量子逻辑门V之前,当该位的量子比特的量子态为1态时,执行单量子逻辑门V;

[0329] 当 C_m 为*时,表示所述量子线路运行到单量子逻辑门V之前,当该位的量子比特的量子态为任意态时,均执行单量子逻辑门V。

[0330] 具体的,所述求解模块,具体用于:

[0331] 根据所述量子线路,构建相位估计运算对应的第一部分量子线路,以将 $|b\rangle$ 在所

述矩阵A的特征空间上分解为： $|b\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\mu_j\rangle$ ，并将所述第一量子比特和所述第二量子比特的初态 $|0\rangle|b\rangle$ 转化为： $\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle|\mu_j\rangle$ ；其中，所述第一量子比特的数量z取决于相位估计的精度和成功概率，所述第二量子比特的数量为所述n，所述 $|\mu_j\rangle$ 为所述矩阵A的特征向量，所述 β_j 为 $|\mu_j\rangle$ 的振幅，所述 λ_j 为所述矩阵A的特征值；

[0332] 构建受控旋转操作对应的第二部分量子线路，以将基态 $|\lambda_j\rangle$ 中的值提取到辅助量子比特的量子态振幅上，得到： $\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |\lambda_j\rangle|\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - \left| \frac{C}{\lambda_j} \right|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right)$ ，其中，所述辅助量子比特的数量为1，所述C为常数， $\left| \frac{C}{\lambda_j} \right| \leq 1$ ；

[0333] 构建相位估计逆运算对应的第三部分量子线路，以消除 $|\lambda_j\rangle$ ，得到：

$$\sum_{j=0}^{N-1} \beta_j |0\rangle|\mu_j\rangle \left(\sqrt{1 - \left| \frac{C}{\lambda_j} \right|^2} |0\rangle + \frac{C}{\lambda_j} |1\rangle \right)；$$

[0334] 构建针对所述辅助量子比特的量子测量操作，以使测量到所述辅助量子比特的量子态为 $|1\rangle$ 时，得到：

$$|x'\rangle = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=0}^{N-1} C^2 |\beta_j|^2 / |\lambda_j|^2}} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{C \beta_j}{\lambda_j} |\mu_j\rangle，$$

所述 $|x'\rangle$ 与

$|x\rangle = A^{-1}|b\rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j \lambda_j^{-1} |\mu_j\rangle$ 为振幅归一化的对应关系；

[0335] 将所述第一部分量子线路、所述第二部分量子线路、所述第三部分量子线路和所述量子测量操作，依次组成HHL算法对应的量子线路。

[0336] 具体的，在所述离散化模块之后，所述装置还包括：

[0337] 稀疏化模块，用于对所述线性系统进行稀疏化处理，得到稀疏线性系统。

[0338] 具体的，所述稀疏化模块，具体用于：

[0339] 根据所述基函数，利用对应的量子变换算法，将所述线性系统变换为稀疏化的线性系统，作为稀疏线性系统，其中，所述量子变换算法包括：量子位移傅里叶变换、量子余弦变换。

[0340] 可见，获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程，对所述目标偏微分方程进行离散化处理，得到对应的线性系统；利用基于HHL算法对应的量子线路，对所述线性系统进行求解，得到所述目标偏微分方程的数值解。通过在基于量子线路处理量子应用问题的过程中，由于输出的子量子线路中量子逻辑门数量有限，且消除了酉矩阵形式复杂的多比特量子逻辑门，使得量子逻辑门形式得以简化，从而减少构建的HHL算法的量子线路复杂度，提高量子线路的模拟效率，同时减少硬件资源的占用。

[0341] 本发明实施例还提供了一种存储介质，所述存储介质中存储有计算机程序，其中，所述计算机程序被设置为运行时执行上述任一项中方法实施例中的步骤。

[0342] 具体的，在本实施例中，上述存储介质可以被设置为存储用于执行以下步骤的计算机程序：

[0343] S1，获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程，对所述目标偏微分方程进行

离散化处理,得到对应的线性系统;

[0344] S2,利用基于HHL算法对应的量子线路,对所述线性系统进行求解,得到所述目标偏微分方程的数值解;其中,所述基于HHL算法对应的量子线路,由以下方式构建:

[0345] 获得 $N \times N$ 维矩阵 A 和 N 维向量 b ,其中,所述矩阵 A 为可逆矩阵,所述 $N=2^n$,所述 n 为正整数;

[0346] 获得包括辅助量子比特、第一量子比特、第二量子比特的若干量子比特,其中,所述辅助量子比特和所述第一量子比特的初态置为 $|0\rangle$,所述第二量子比特的初态置为 $|b\rangle = \frac{1}{|b|} \sum_{j=0}^{N-1} b_j |j\rangle$,所述 b_j 为所述向量 b 的第 j 个元素;

[0347] 确定所述矩阵 A 对应的酉矩阵 U ,将所述矩阵 U 分解成 r 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵;其中,满足 $U_r \cdots U_1 \cdots U_1 U = I_N$,所述 U_i 为第 i 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵, $1 \leq i \leq r$,所述 $r \leq \frac{N(N-1)}{2}$,所述 I_N 为 N 阶单位矩阵;

[0348] 输出包含所述 r 个携带受控信息的单量子逻辑门的子量子线路,根据所述子量子线路和各量子比特及其初态,构建HHL算法对应的量子线路。

[0349] 具体的,在本实施例中,上述存储介质可以包括但不限于:U盘、只读存储器(Read-Only Memory,简称为ROM)、随机存取存储器(Random Access Memory,简称为RAM)、移动硬盘、磁碟或者光盘等各种可以存储计算机程序的介质。

[0350] 本发明实施例还提供了一种电子装置,包括存储器和处理器,所述存储器中存储有计算机程序,所述处理器被设置为运行所述计算机程序以执行上述任一项中方法实施例中的步骤。

[0351] 具体的,上述电子装置还可以包括传输设备以及输入输出设备,其中,该传输设备和上述处理器连接,该输入输出设备和上述处理器连接。

[0352] 具体的,在本实施例中,上述处理器可以被设置为通过计算机程序执行以下步骤:

[0353] S1,获得目标量子应用问题对应的目标偏微分方程,对所述目标偏微分方程进行离散化处理,得到对应的线性系统;

[0354] S2,利用基于HHL算法对应的量子线路,对所述线性系统进行求解,得到所述目标偏微分方程的数值解;其中,所述基于HHL算法对应的量子线路,由以下方式构建:

[0355] 获得 $N \times N$ 维矩阵 A 和 N 维向量 b ,其中,所述矩阵 A 为可逆矩阵,所述 $N=2^n$,所述 n 为正整数;

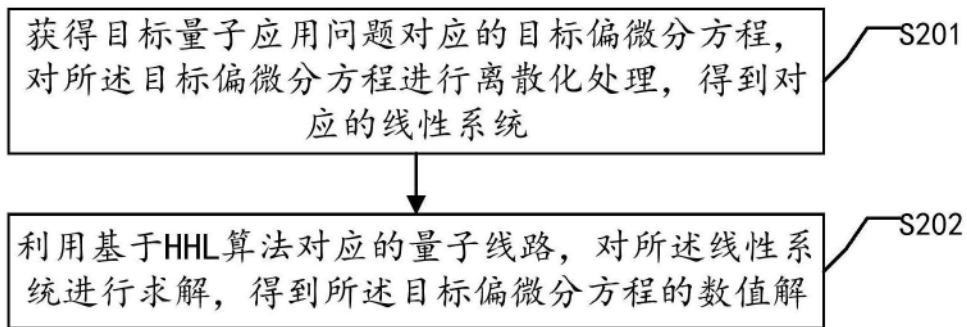
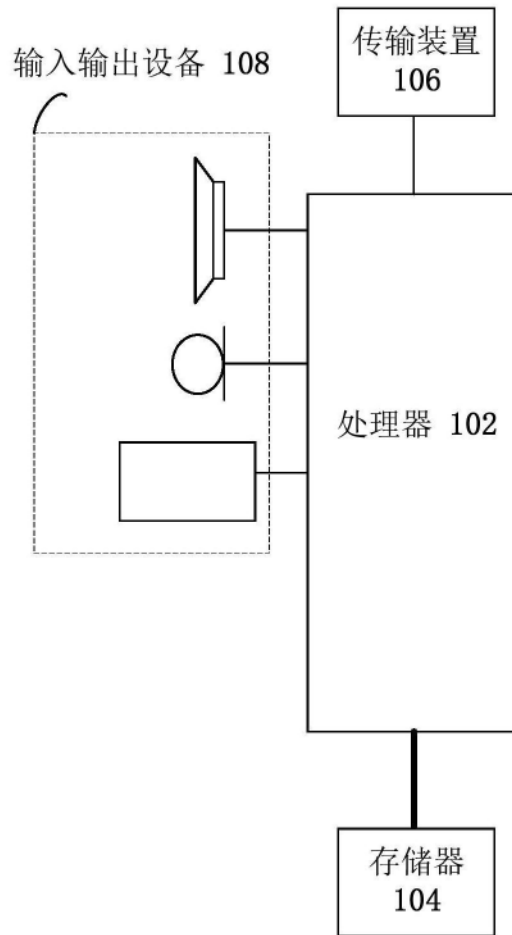
[0356] 获得包括辅助量子比特、第一量子比特、第二量子比特的若干量子比特,其中,所述辅助量子比特和所述第一量子比特的初态置为 $|0\rangle$,所述第二量子比特的初态置为 $|b\rangle = \frac{1}{|b|} \sum_{j=0}^{N-1} b_j |j\rangle$,所述 b_j 为所述向量 b 的第 j 个元素;

[0357] 确定所述矩阵 A 对应的酉矩阵 U ,将所述矩阵 U 分解成 r 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵;其中,满足 $U_r \cdots U_1 \cdots U_1 U = I_N$,所述 U_i 为第 i 个携带受控信息的单量子逻辑门对应的酉矩阵, $1 \leq i \leq r$,所述 $r \leq \frac{N(N-1)}{2}$,所述 I_N 为 N 阶单位矩阵;

[0358] 输出包含所述 r 个携带受控信息的单量子逻辑门的子量子线路,根据所述子量子

线路和各量子比特及其初态,构建HHL算法对应的量子线路。

[0359] 以上依据图式所示的实施例详细说明了本发明的构造、特征及作用效果,以上所述仅为本发明的较佳实施例,但本发明不以图面所示限定实施范围,凡是依照本发明的构想所作的改变,或修改为等同变化的等效实施例,仍未超出说明书与图示所涵盖的精神时,均应在本发明的保护范围内。



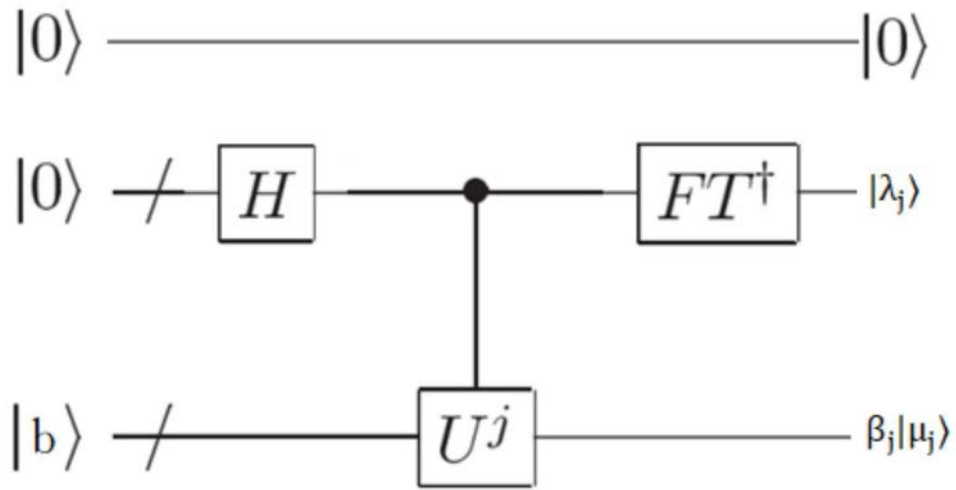


图4

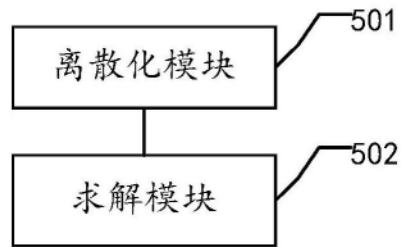


图5